VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ ENERGETICKÝ ÚSTAV FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING ENERGY INSTITUTE

### OPTIMALIZACE BRAMOVÉHO PLYNULÉHO ODLÉVÁNÍ OCELI ZA POMOCI NUMERICKÉHO MODELU TEPLOTNÍHO POLE OPTIMIZATION OF SLAB CONCASTING VIA NUMERICAL MODEL OF TEMPERATURE FIELD

DIZERTAČNÍ PRÁCE DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR

ŠKOLITEL SUPERVISOR Ing. TOMÁŠ MAUDER

prof. Ing. FRANTIŠEK KAVIČKA, CSc.

BRNO 2012

#### Abstrakt

Tato práce pojednává o optimalizaci provozu zařízení na plynulé odlévání ocelových bram. Shrnuty jsou zde základní analytické a empirické poznatky o procesu tuhnutí, o numerickém modelování a vybraných optimalizačních technikách. Jsou zde rovněž uvedeny fyzikální podmínky a faktory ovlivňující kvalitu finální oceli včetně jejich vzájemných vztahů. Základem řešení tohoto problému je vytvoření původního numerického modelu teplotního pole ve verzi off-line a jeho verifikace s reálnými provozními daty. Nadstavbu numerického modelu tvoří optimalizační model sloužící k optimální regulaci procesu, který je založený na fuzzy logice. Všestranná využitelnost optimalizačního modelu je demonstrována na několika případech, jako jsou např. nalezení licích parametrů pro dosažení vysoké kvality oceli, reakce na vzniklé havarijní situace, nalezení optimálního vztahu mezi jednotlivými parametry lití, aj. V rámci optimalizačního rozbor doporučených změn licí trati pro konkrétní zařízení na plynulé lití za účelem dosažení vyšších povrchových teplot předlitku v místě rovnání. Celý koncept numerického a optimalizačního modelu je natolik obecný, že je možná jeho aplikace na libovolné bramové či sochorové lití oceli.

#### Summary

The thesis deals with optimization of the continuous slab casting process. The thesis summarizes the basic analytical and empirical findings concerning to the solidification process, the numerical modeling and the selected optimization techniques. Physical conditions and factors that affect the quality of steel including their relationships are also described. The basis of the solution strategy is the original numerical model of the temperature field in its off-line version. The numerical model was verified by the real historical data. The optimization part is based on the fuzzy logic implemented above the numerical model. The optimization algorithm is used for the optimal control of the casting process. The universal usage of the optimization model is demonstrated on several cases, e.g. the finding of optimal casting parameters that ensure the high quality of products, the optimal reactions on breakdown situations, the determination of an optimal relationship between casting parameters, etc. Based on optimization results, the suitable caster modification to increase the surface temperature at the unbending point was proposed. The whole concept of the numerical and optimization model is general and it can be applied to arbitrary slab or billet continuous casting.

#### Klíčová slova

Plynulé odlévání, heuristická optimalizace, fuzzy logika, proces tuhnutí, teplotní pole

#### Keywords

Continuous casting, heuristic optimization, fuzzy logic, solidification, temperature field

MAUDER, T. Optimalizace bramového plynulého odlévání oceli za pomoci numerického modelu teplotního pole. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 150 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. František Kavička, CSc.

Prohlašuji, že jsem disertační práci *Optimalizace bramového plynulého odlévání oceli za pomoci numerického modelu teplotního pole* vypracoval samostatně pod vedením školitele prof. Ing. Františka Kavičky, CSc. a školitele specialisty doc. Ing. Josefa Štetiny, Ph.D., s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Ing. Tomáš Mauder

Děkuji svému školiteli panu prof. Ing. Františku Kavičkovi, CSc. za odborné vedení, cenné rady a trpělivost, s kterou mě zasvětil do problematiky plynulého lití oceli. Rovněž bych rád poděkoval svému školiteli specialistovi doc. Ing. Josefu Štetinovi, Ph.D., který se podělil o své zkušenosti a za jeho pomoc při vytváření numerického modelu. Můj dík rovněž patří Ing. Milošovi Masarikovi, který mě ve firmě EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. seznámil s reálným provozem plynulého lití oceli. Dále chci poděkovat všem kolegům s kterými jsem mohl konzultovat dílčí úkoly práce a to především Ing. Čeňkovi Šanderovi a Ing. Lubomíru Klimešovi. Na závěr chci také poděkovat svým rodičům za finanční a morální podporu po čas studia a také přátelům a přítelkyni, kteří mi v průběhu studia byli oporou.

Ing. Tomáš Mauder

# Obsah

Vymezení cílů disertační práce 3					
Ú	vod		4		
1	Ply	nulé odlévání oceli	6		
	1.1	Historické aspekty a trendy plynulého odlévání	8		
	1.2	Pánev, mezipánev a dodávka oceli	10		
	1.3	Krystalizátor	11		
	1.4	Sekundární chlazení	15		
	1.5	Terciární oblast chlazení	18		
	1.6	Hlavní parametry plynulého lití	19		
2	Pro	Proces tuhnutí oceli			
	2.1	Rovnovážný diagram soustavy železo-uhlík	22		
	2.2	Segregační jevy u předlitků	23		
	2.3	Tloušťka a růst skořepiny	24		
	2.4	Modelování makro-solidifikace	25		
	2.5	Řízení struktury předlitku	26		
3	Kvalita a vady plynule odlévaných předlitků				
	3.1	Trhliny a necelistvosti při plynulém lití	28		
	3.2	Pevnost, tvárnost a tažnost oceli	30		
	3.3	Vliv technologických parametrů ZPO	32		
	3.4	Řízení kvality předlitku	33		
4	Matematický model teplotního pole				
	4.1	Počáteční podmínka a podmínky okrajové	36		
	4.2	Termo-fyzikální vlastnosti oceli	38		
	4.3	Program IDS	39		
	4.4	Modelování fázové přeměny	41		
	4.5	Numerická formulace	44		
	4.6	Rozdíl mezi numerickým modelem teplotního pole pro bramové a sochorové lití	49		
5	Softwarová implementace numerického modelu				
	5.1	Okrajové podmínky	53		
	5.2	Model teplotního pole metodou entalpie	63		
	5.3	Model teplotního pole metodou efektivní tepelné kapacity $\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	70		
	5.4	Modelování proudění v oblasti tekutého jádra	72		

6	$\mathbf{Alg}$	oritmy optimálního řízení ZPO	77	
	6.1	Základy optimalizace	. 78	
	6.2	Hledání optimálního řešení	. 79	
	6.3	Matematický model pro optimální řízení ZPO	. 79	
	6.4	Optimalizace hejnem světlušek pro optimální řízení ZPO	. 81	
	6.5	Regulátor pro optimální řízení ZPO	. 85	
	6.6	Fuzzy regulátor pro optimální řízení ZPO	. 91	
	6.7	Implementace fuzzy regulátoru na 3-D numerický model teplotního pole	. 95	
	6.8	Optimální vztah mezi licí rychlostí a regulací sekundárního chlazení $\ldots\ldots\ldots$	. 102	
	6.9	Použití fuzzy regulátoru v případě nestandartní situace	. 105	
7	Výr	mena trysky pro EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.	109	
•	7.1	Integrace trysky 100 528 30 24 do numerického modelu teplotního pole	114	
	7.2	Optimální řízení ZPO s tryskou 100.528.30.24	. 117	
Zá	ivěr		120	
Seznam použitých veličin				
Seznam obrázků				
Seznam tabulek 1				
Literatura 13				
Vlastní publikace vztahující se k disertaci 14				
Pi	filoh	y	Ι	
$\mathbf{A}$	Prů	ıbehy termo-fyzikálních vlastností	II	
в	B Verifikace numerického modelu VI			
С	C Měření chladicích účinků trysek pomocí inverzní metody XX			

# Vymezení cílů disertační práce

- Rešerše problematiky plynulého lití oceli z hlediska výsledné kvality bramy.
- Tvorba 2-D a 3-D numerického modelu teplotního pole plynule lité bramy v geometrii odpovídající reálné licí trati. Definování a zpracování okrajových podmínek. Testování různých přístupů k modelování fázové přeměny.
- Validace numerického modelu pomocí statisticky vyhodnocených provozních dat firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.
- Vytvoření optimalizačního algoritmu pro návrh řízení licí trati pomocí numerického modelu teplotního pole. Optimální řízení je vztaženo na kvalitu a výrobní produktivitu.
- Zhodnocení výsledků a návrh úprav licí tratě.

Cílem autora bylo vytvořit ucelený pohled na aktuální stav poznání v oblasti plynulého lití oceli a na jeho další rozvoj pomocí matematicko-optimalizačních metod. Autor předkládá možnosti modelování procesu lití pomocí matematického popisu včetně numerické diskretizace. Hlavní přínos práce autor shledává ve vytvořených optimalizačních algoritmech, které nabízejí možnost optimálně řídit proces lití s důrazem na kvalitu a výrobní produktivitu.

## Úvod

Disertační práce Optimalizace bramového plynulého odlévání oceli za pomoci numerického modelu teplotního pole se zabývá optimálním řízením procesu plynulého lití oceli. Smyslem optimálního řízení je hledání takových licích parametrů, které zajistí vysokou kvalitu finálního výrobku při vysoké výrobní produktivitě.

Plynulé odlévání oceli je průmyslový proces výroby oceli, při kterém dochází k tuhnutí tekuté oceli do polotovarů připravených k dalšímu zpracování. Z hlediska historie jde o technologii, jejíž provozní nasazení má pouze zhruba 50-ti letou tradici. Přesto je v dnešní době její podíl na světovém trhu dominantní (cca 97%).

Základním kamenem matematického popisu procesu plynulého lití je numerický model přenosu tepla a hmoty. Tento model řeší vývin a rozložení teplot se zahrnutím fázových a strukturálních přeměn. Jeho geometrie a parametry odpovídají reálnému zařízení na plynulé odlévání (ZPO) provozovaného ve firmě EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Díky provozním měřením a historickým výrobním datům je možno představený numerický model verifikovat a tím pokračovat v dalších analýzách.

Nalezení optimálních licích parametrů je zprostředkováno optimalizačním modelem, který pracuje s výsledky numerického modelu teplotního pole, při různých vstupních podmínkách. Především jde pak o různé heuristické přístupy, které jsou v práci rozebrány a porovnány. Numerický model teplotního pole je velice flexibilní, např. umožňuje provádět výpočty pro různé značky a třídy ocelí, změnit geometrii ZPO, nebo změnit rozložení okrajových podmínek. Rovněž při nastavení parametrů pro optimalizační model může uživatel zvolit různé teplotní intervaly v různých místech ZPO a tím se přiblížit k požadované kvalitě oceli.

Výsledkem práce je rozbor věnující se výměně sady trysek na ZPO firmy EVRAZ VÍT-KOVICE STEEL, a.s., s jejichž zapojením do simulace bylo dosaženo lepších výsledků proti stávajícímu stavu.

Členění práce je následovné:

- kapitola pojednává o historii a současném stavu plynulého lití oceli. Jsou zde rozebrány jednotlivé části ZPO a jejich využití, stejně jako výčet hlavních parametrů ovlivňující proces lití.
- kapitola popisuje proces tuhnutí oceli, segregační jevy a jejich vliv na výslednou strukturu. Dále je nastíněno modelování makro-solidifikace a řízení struktury předlitku.
- 3. kapitola vymezuje kvalitu odlévaných předlitků, rozdělení a vznik vad jako jsou trhliny a necelistvosti. V této kapitole je stručně popsána pevnost oceli, tvárnost oceli a důležité teplotní oblasti snížené tažnosti. Závěr kapitoly tvoří vlivy řídících parametrů na vznik vad a řízení kvality předlitku.
- 4. kapitola popisuje matematický model teplotního pole včetně okrajových podmínek. Dále je popsána numerická diskretizace metodou konečných diferencí včetně kritéria stability metody. Rozebrány jsou zde jednotlivé termofyzikální vlastnosti vystupující v jednotlivých

- 5. kapitola popisuje softwarovou implementaci numerického modelu a jeho verifikaci pro vybrané značky oceli s reálným ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Podrobně je zde rozebráno použití okrajových podmínek a implementace metod modelování fázové přeměny.
- 6. kapitola je rozdělena na dvě části. V první jsou stručně vysvětleny základy optimalizace a v druhé jsou použity různé heuristické metody pro optimální řízení ZPO. Jednotlivé optimalizační přístupy jsou v práci porovnány vzhledem k jejich vhodnosti použití na předkládaný problém. Závěr kapitoly je doplněn o několik optimalizačních výsledků pro vybrané značky oceli a o různé možnosti využití optimalizačního algoritmu.
- 7. kapitola nastiňuje možnost výměny trysek na ZPO v konkrétních okruzích. V úvodu jsou porovnány charakteristiky stávající chladící trysky a trysky nové. Dále jsou vykresleny výsledky simulací a optimalizace teplotních polí se zařazením nové trysky.

Závěrem práce je popsán celkový přínos práce, zhodnocení dosažených výsledků a možná zobecnění a přenositelnost těchto výsledků a použitých metod na jakékoli ZPO.

# KAPITOLA 1

## Plynulé odlévání oceli

Ocel je slitina železa, uhlíku a dalších prvků, které pocházejí ze vsázky, případně se do oceli dostávají záměrně nebo neúmyslně během výroby. Chemickým složením, tepelným zpracováním a způsobem tváření je možné měnit mechanické, fyzikální a chemické vlastnosti oceli v širokých mezích pro konkrétní technické použití. Výroba oceli dnes nepředstavuje pouze proces zkujňování, tj. snížení obsahu uhlíku v surovém železe, ale složitý pochod výroby železných slitin o předepsaném chemickém složení, případně předepsaných vlastností, kterých se dosahuje řízeným procesem tuhnutí a dalšího metalurgického zpracování. Výrobní linka v podobě dopravy tekuté oceli je znázorněna na obr.1.1.



Obrázek 1.1: Výroba a doprava tekuté oceli do ZPO [6]

Plynulé odlévání oceli je moderní progresivní technologie výroby oceli, jejímž produktem je předlitek (angl. strand) jako polotovar k dalšímu zpracování. Jejím předchůdcem je nehospodárné lití ingotů do tzv. kokil. Protože plynulé odlévání přineslo zvýšení kvality, produktivity a celkové efektivnosti oproti předešlým způsobům výroby oceli, stalo se hlavní technologií výroby oceli [6], [16]. Zařízení pro plynulé odlévání (ZPO) je provedeno v několika geometrických variantách obr.1.2, [6], [78]. Historicky nejstarším přirozeným tvarem je vertikální ZPO, které odlévalo gravitačně a zaručovalo symetrickou strukturu materiálu. Produktivita těchto zařízení však byla limitována svou výškou. Další vývoj vedl na radiální ZPO, kde se část předlitku ohýbá a následně rovná. Tento standartní typ ZPO operuje dodnes ve většině provozů. Pro některé speciální kovy a slitiny se používá rovněž horizontální ZPO.



Obrázek 1.2: Charakteristické typy ZPO: 1-vertikální ZPO, 2-rovný krystalizátor, rovnání při kompletním ztuhnutí, 3-rovně-zahnutý krystalizátor, rovnání při tekutém jádře, 4-zahnutý krystalizátor, 5-zahnutý krystalizátor, postupné rovnání, 6-horizontální ZPO [6]

Plynulé odlévání dělíme rovněž podle tvaru finálního výrobku a to na ploché (plechy), které jsou válcovány z bram (angl. slab) a na dlouhé (trubky, kolejnice, dráty, aj.), které jsou zpracovány ze sochorového profilu, válcového profilu (angl. billet), bloku (angl. bloom), nosníkový profil aj. Bramová ZPO jsou charakteristická tím, že je šířka obvykle několikanásobně větší než tloušťka předlitku. Na obr.1.3 je znázorněn schématický nákres pro bramové a na obr.1.4 pro sochorové radiální ZPO.



Obrázek 1.3: Schéma radiálního bramového ZPO [18]



Obrázek 1.4: Schéma radiálního sochorového ZPO [18]

Hlavní části zařízení na plynulé lití jsou:

- Pánev zajišťující dodávku tekuté oceli.
- Mezipánev sloužící především k rovnoměrnému toku oceli do krystalizátoru i při výměně pánve.
- Krystalizátor představující vodou chlazené měděné desky nebo trubka určující tvar litého předlitku sloužící na tvorbu pevné skořepiny.
- Soustava chladících trysek zapojených do jednotlivých okruhů sloužící na rovnoměrný odvod tepla v průběhu lití.
- Soustava vodících válců udržující ferrostatický tlak tekutého jádra působícího na již ztuhlé stěny předlitku a umožňující u radiálního ZPO změnu směru lití z vertikálního na horizontální.
- Pálící zařízení které odděluje předlitek na jednotlivé bramy či sochory.

Popis procesu plynulého lití můžeme shrnout do následujících vět. Tekutá ocel je z pecí nebo konvektorů přelita do pánví (angl. ladle) (sekundární metalurgie) a dále do stroje na plynulé odlévání oceli, které je složeno ze tří chladících zón. Ocel nejprve proudí z pánve do mezipánve (angl. tundish) a do vodou chlazené měděné formy nazvané krystalizátor (angl. mould) (primární zóna). Tuhnutí začíná ve formě a kontinuálně pokračuje v sekundární chladící zóně kde prochází tažnými válci. Chlazení je v sekundární zóně tvořeno nejčastěji kombinací vodních a vodovzdušných chladících tryskových okruhů. Dále následuje terciární chlazení, kde odvod tepla probíhá formou přirozené konvekce a radiace v okolním prostředí, a pálící stroj na řezání bram a sochorů potřebné délky.

### 1.1 Historické aspekty a trendy plynulého odlévání

Mezi první pokusy o plynulé lití můžeme přiřadit experiment Sira Henryho Bessemera (1813 - 1898) v roce 1856. Šlo o jednoduché zařízení se dvěma válci, které sloužilo na odlévání tenkých

plechů viz obr.1.5. Na jeho vývoji však dále nepokračoval a podle všeho se spíše zaměřoval na vývoj ocelářství. Jako další implementoval mezipánev a krystalizátor o rozměrech  $10 \times 10$  palců [6], [18].



Obrázek 1.5: Schéma zařízení Henryho Bessemera [6]

V roce 1858 představil švédský podnikatel Goeran Fredrik Goeransson ukázkovou pánev na přepravu tekuté oceli. V dalším roce 1859 Henry Bessemer představil první věž na podávání pánve. Vůbec první konvenční zařízení podobné dnešnímu vertikálnímu ZPO představil v roce 1886 Benjamin Atha (1844 - 1925) v USA. Zařízení obsahovalo vodou chlazený krystalizátor připojený pevně k mezipánvi a jeho uzavření dvěma válci. Několik stovek tun  $100 \times 100 \text{ mm}$  vysoce uhlíkové oceli bylo odlito do roku 1910. Nezávisle na to, německý vynálezce a poradce ocelářského průmyslu R. M. Daelen patentoval v roce 1889 podobné zařízení, nebylo však nikdy použito. První ZPO radiálního typu bylo vytvořeno v roce 1920 strojním inženýrem Arthurem McKee a navrženo Johnem T. Rowleym v USA. Toto zařízení odlévalo sochory o rozměrech  $45 \times 45$  a  $75 \times 75$  mm [6].

Výroba však trpěla častým přilepováním předlitku na stěny krystalizátoru. V tomto směru přinesl v roce 1933 velký pokrok Siegfried Junghans, německý vynálezce a obchodní manažer, v podobě oscilujícího krystalizátoru. Nákupní práva na toto zařízení od Junghanse obdržel Irving Rossi, což vedlo k industrializaci plynulého lití oceli v roce 1947. Rossi garantoval sedmidenní provoz bez přerušení. V roce 1951 již operovalo 12 ZPO tohoto typu, po 5-ti v Německu a USA a dva ve Velké Británii.

První ZPO byly především vertikálního typu, což limitovalo produktivitu výroby, proto se návrhy ubíraly k radiálním typům, dovolující lépe řezání bram a sochorů přímo na licí trati. Radiální ZPO rovněž umožnilo zasazování do nižších budov. V roce 1968 firma VOEST-ALPINE vytvořila nový druh stroje se zaměřením na vysokou kvalitu finálního výrobku. V roce 1972 pak bylo realizováno rovnání s tekutým jádrem dovolující vyšší rychlosti lití [18].

Mezi lety 1970 – 1983 přišly další vylepšení zvyšující produktivitu a kvalitu lití, jako jsou např. rychlá výměna pánve a mezipánve, nastavitelná šířka krystalizátoru, vodo-vzdušné chlazení, celkové zakrytí tekuté oceli mezi pánev-mezipánev a mezipánev-krystalizátor z důvodu zamezení kontaktu s okolním vzduchem, zapojení elektro-magnetických míchačů, monitorování teplot pomocí termočlánků a pyrometrů a zapojení počítačové techniky do celého provozu ZPO [16]. Zvyšující se podíl výroby oceli na trhu pomocí plynulého lití přinesl rostoucí zájem o vývoj a inovace ZPO. Celkovou světovou situaci potom znázorňuje graf na obr.1.6 od roku 1970 do roku 2010.

První ZPO byly navrženy k výrobě speciálních ocelí, kde dosažené úspory měly pro výrobce



Obrázek 1.6: Světový vývoj produkce oceli [6]

velký finanční přínos. Zvyšující se kvalita odlitého materiálu postupem času zvyšovala spektrum odlévaných značek ocelí. V dnešní době se na jednom ZPO odlévá několik stovek značek ocelí. Variabilita provozu se zajišťuje počítačovou kontrolou a veškeré úsilí se dnes zaměřuje na optimalizaci výroby z hlediska zvýšení kvality vyrobených polotovarů, hospodárnost celého procesu, zvyšování produktivity atd.

### 1.2 Pánev, mezipánev a dodávka oceli

Systém dodávky oceli mezi vysokou pecí (angl. furnace) a ZPO má velký vliv na kvalitu odlitého materiálu [6]. V začátcích vývoje plynulého lití byl koncept řízení pomocí teploty tekuté oceli velkou překážkou pro malokapacitní pánve a pro delší licí časy. Proto první ZPO byly přímo plněny z vysokých pecí, což nebylo příliš praktické řešení pro velké průmyslové provozy. Řešení bylo publikováno Hallidayem z firmy Barrow Steelworks v Anglii, kde autor popisuje koncept dohřívání pánve hořáky během plynulého lití, dovolující až dvouhodinový licí čas při použití sedmitunové pánye. Halliday rovněž vyžadoval předehřev pánye na teplotu blízkou teplotě likvidu pro danou značku oceli. Současně se vyvíjel ohřev elektrickým obloukem. V dnešní době se rovněž věnuje pozornost vakuové metalurgii, která poskytuje ocel o lepší čistotě, nižším obsahu plynu a užší toleranci legování. Kapacita pánve se liší podle výrobního provozu a může být pro malé provozy cca. 50 tun a pro větší cca. 250 tun [6]. Po dopravení pánve z vysoké pece k ZPO je tekutá ocel přelita do mezipánve (obr.1.7). Mezipánev je střední pánev s regulovatelnou výpustí, kterou je tekutá ocel přiváděna do krystalizátoru. Hlavní funkce mezipánve zpočátku spočívala pouze v udržení konstantní hladiny oceli v krystalizátoru a zajištění nepřerušovaného lití v době výměny pánve. Na 71. ročníku konference ISS Steelmaking v roce 1988 Alexander McLean představil roli mezipánye jako kritickou pro dosažení kvality a čistoty oceli [6], [11], [38]. Mezipánev dnes zajištuje stabilní tok taveniny do krystalizátoru, zabraňuje vniknutí strusky do krystalizátoru, rozděluje ocel do jednotlivých proudů, zabraňuje tepelným a chemickým ztrátám z taveniny aj. Pro čistotu oceli je rovněž předmětem hledání optimální návrh tvaru mezipánve. Stejně jako u pánve má dohřev mezipánve vliv na prevenci vzniku ztuhlé oceli na stěnách mezipánve a později na kvalitu povrchu předlitku a vnitřních vad. Nicméně není obecně uznáván jako jedna z klíčových technologií na řízení ZPO a čistoty materiálu. Kapacita mezipánve se liší od



Obrázek 1.7: Náčrt pánve a mezipánve: (a) sochorové ZPO (b) bramové ZPO [6]

výrobního provozu a může dosahovat od 28 tun do 72 tun u velkých několikaproudových ZPO.

K modelování a lepšímu porozumění proudění taveniny v mezipánvy se často používá tzv. vodní model [6], [38], [74] (obr.1.8). Jde o ekonomicky dostupnou a poměrně efektivní metodu. Hustota oceli je přibližně sedminásobkem hustoty vody. V dnešní době se rovněž využívají počítačové CFD modely [16], [43].

#### 1.3 Krystalizátor

Primární zóna chlazení ZPO, tzv. krystalizátor, má za úkol vytvořit pevnou skořepinu, která je schopna udržet obsah tekutého jádra při vstupu proudu do sekundární chladící zóny. Proto je vhodné osazení krystalizátoru termočlánky a odpovídajícími protiprůvalovými systémy. Jeho funkce má však rovněž rozhodující vliv na povrchovou kvalitu předlitku [50].

V minulosti se věřilo, že odvod tepla vzrůstá s co možná nejtěsnějším kontaktem mezi stěnou krystalizátoru a předlitku, jak bylo zvykem u prvních pevně uchycených krystalizátorů [6]. Tím ale vznikalo časté přilepování předlitku na stěny krystalizátoru a tedy časté provozní odstávky. Dokonce ani s Junghans-Rossi oscilujícím typem krystalizátoru se všechny tyto problémy nepodařilo eliminovat. Tato překážka se podařila překonat teprve s přidáním licích lubrikantů spolu s Hollidayovou technoligií nesymetrických oscilací krystalizátoru tzv. negativního obratu (angl.



Obrázek 1.8: Vizualizace proudění taveniny v mezipánvi, vodní model [74]

negative strip), což znamená, že pohyb krystalizátoru ve směru dolů je rychlejší než pohyb předlitku. Z počátku se na zmírňování tření používalo olejových lubrikantů, které však přinášely velké tepelné ztráty. Nicméně v roce 1968 byly představeny licí prášky na bázi popílku. Tyto prášky se ukázaly být efektivnější, stabilnější, docházelo k menším tepelným ztrátám a zvýšily tak povrchovou kvalitu předlitku. Navíc kromě zmírnění tření mají licí prášky rovněž za úkol utvořit na hladině oceli souvislou vrstvu zabraňující oxidaci od okolního prostředí. Samotná oscilace krystalizátoru, i přes přítomnost licích prášků, způsobuje oscilační vrásky [2].

Krystalizátor je vyroben z měděné slitiny a jeho pracovní stěny obsahují chróm nebo nikl kvůli patřičné tvrdosti [78]. Rozměry v řezu krystalizátoru odpovídají tvaru a velikosti požadovaného předlitku, ale délka krystalizátoru ve směru lití je především pro provozy s vysokou licí rychlostí důležitá optimalizační otázka. Barrow dosáhl rekordní rychlosti lití 50 mm sochoru 14,7 m/min pomocí 860 mm dlouhého krystalizátoru [6].

Protiprůvalový systém dokáže detekovat velikost licí kůry, vypočítanou algoritmem přenosu tepla, pomocí termočlánků zabudovaných ve stěně krystalizátoru. Termočlánky jsou většinou zabudovány ve dvou řadách ve směru lití (1.9 (b)). Vyhodnocování teplot musí probíhat online a rychlost případné reakce protiprůvalového systému do 30 sekund. Typickou reakcí na nestandartní stav může být snížení licí rychlosti.

Stejně jako u mezipánve se pro vyšetřování proudění taveniny v krystalizátoru používají vodní modely a počítačové simulace [16], [85]. Ty potom např. pomáhají při tvorbě geometricky nových ponorných trysek, volbě délky krystalizátoru, vyšetřování růstu kůry [14] apod. Vizualizace proudění taveniny v krystalizátoru je na obrázku 1.9.

Na tvorbu skořepiny a délku tekutého jádra má vliv celkový odvod tepla krystalizátorem. Odvod tepla je zde kombinací přenosu tepla konvekcí, vedením i zářením. V poměru délky krystalizátoru ke zbytku ZPO můžeme říct, že se zde odvádí cca. 10 - 30% celkového tepla. Chlazení zde zajišťuje neustálý oběh chladící vody, proudící ve frézovaných drážkách, nebo vrtaných kanálech desek krystalizátoru. Nejvíce tepla krystalizátor odvádí ve své vrchní části. Jak se vytvoří skořepina a předlitek chladne, dochází k jeho smršťování a vzniklou mezeru vyplňuje licí prášek a plyn. Odvod tepla můžeme chápat jako sériové zapojení tepelných odporů, přičemž největší tepelný odpor náleží plynové mezeře viz obr.1.10 [6], [15].

Odvod tepla z povrchu předlitku je funkcí především licí rychlosti, chemického složení oceli a tvaru krystalizátoru. Měrný odvod tepla můžeme vyjádřit pomocí rovnice[6], [A19], [A20]

$$\dot{q} = \frac{T_{surf} - T_w}{R},\tag{1.1}$$



Obrázek 1.9: Vizualizace proudění taveniny a tvorba skořepiny v krystalizátoru : (a) doprava oceli do krystalizátoru (b) protiprůvalový systém [6], [78]

kde  $R~[{\rm m^2K/W}]$ vyjadřuje celkový tepelný odpor popsaný

$$R = \sum R_i = \frac{1}{htc_w} + \frac{L_{Cu}}{\lambda_{Cu}} + \frac{L_PM}{\lambda_PM} + \frac{L_{LP}}{\lambda_{LP}}.$$
(1.2)

Součinitel přestupu tepla ze strany vody se dá přibližně stanovit pomocí Nusseltova kriteriálního čísla pro proudění v trubce

$$Nu = \frac{htc_w D}{\lambda} = 0,026 R e^{0.8} P r^{1/3} \left(\frac{\eta}{\eta_l}\right)^{0.14}.$$
 (1.3)

Tepelnou vodivost pro plyn v mezeře můžeme nalézt pomocí experimentu. Např. pro nitrogenhydrogen je vodivost [6]

$$\lambda_P = \lambda_{95N_2 - 5H_2} = 3,565 \cdot 10^{-4} T^{0,768}. \tag{1.4}$$

Pro přesnější výpočet je nutné rovněž zahrnout přestup tepla radiací v plynové mezeře a připočítat její hodnotu ke vztahu (1.1)

$$\dot{q}_r = \frac{\sigma \left(T_{surf}^4 - T_m^4\right)}{\varepsilon_{surf}^{-1} + \varepsilon_m^{-1} - 1}.$$
(1.5)

Celkový odvod tepla na jednou stěnou krystalizátoru dostaneme integrací

$$\dot{Q} = \int_0^{Lx} \int_0^{Lz} \dot{q} \, dz \, dx, \tag{1.6}$$

kde Lx [m] představuje šířku a Lz [m] délku krystalizátoru.

Další možností jak spočítat odvod tepla krystalizátorem je měřit vstupní a výstupní teplotu chladící vody. Pokud platí energetická bilance, teplo, které je odvedeno z předlitku, můžeme vyjádřit jako následující součet tepel [78]

$$\dot{Q} = \dot{Q}_w + \dot{Q}_{Cu} + \dot{Q}_{lp},$$
(1.7)



Obrázek 1.10: Teplotní profil mezi krystalizátorem a předlitkem [6]

kde  $\dot{Q}_w$  [W] je odvod tepla chladící vodou,  $\dot{Q}_{Cu}$  [W] odvod tepla měděnými deskami krystalizátoru do okolí a  $\dot{Q}_{lp}$  [W] je odvod tepla způsobený tavením licích prášků. Procentuální rozdělení odvodu tepla je přibližně připisováno měděným deskám 5% a licím práškům kolem 8%. Odvod tepla pomocí chladící vody můžeme spočítat z rovnice

$$\dot{Q}_w = \dot{V}_w \left[ \rho_w(T_{\text{out}}) c_w(T_{\text{out}}) T_{\text{out}} - \rho_w(T_{\text{inp}}) c_w(T_{\text{inp}}) T_{\text{inp}} \right].$$
(1.8)

Celkové odvedené teplo však, jak bylo uvedeno, není po krystalizátoru rozloženo rovnoměrně viz obr.1.11 (b). Rozložení měrného tepelného toku je tedy funkce pozice a licí rychlosti  $\dot{q} = \dot{q}(x, z, v_c)$ . Pozice v ose lití a licí rychlost se dají aproximovat časem setrvání předlitku v krystalizátoru a tedy  $\tau = z/v_c$  [6]. Statistickým vyhodnocením provozních dat potom můžeme nalézt různé regresní vztahy na výpočet měrného tepelného toku, jako jsou např.

$$\dot{q} = A \tau^{-0.5},$$
 (1.9)

$$\dot{q} = A\tau^{-\gamma}, \tag{1.10}$$

$$\dot{q} = A - B\tau^{0,5}, \tag{1.11}$$

$$\dot{q} = A - B\tau + C\tau^2 - D\tau^3 + E\tau^4,$$
 (1.12)

$$\dot{q} = Ae^{-\gamma\tau} + B, \tag{1.13}$$

kde A, B, C, D, E jsou konstanty. Situaci proložení experimentálně naměřených hodnot vztahem  $\dot{q} = 722\tau^{-0.558}$  můžeme vidět na obr.1.11 (a) [6]. Výše uvedené rovnice můžeme např. použít jako okrajové podmínky do modelů teplotních polí, modelovat tuhnutí předlitku, nebo vývin tepel ve stěnách krystalizátoru pro různé operační podmínky [51].



Obrázek 1.11: Měrný tepelný tok v krystalizátoru: (a) proložení regresním vztahem (b) rozložení v délce krystalizátoru pro různé licí rychlosti [6]

#### 1.4 Sekundární chlazení

Po výstupu z krystalizátoru vstupuje předlitek do sekundární zóny chlazení, tvořené soustavou vodících válců, kde mezeru mezi nimi obvykle vyplňuje chladící tryska nebo soustava chladících trysek. Počet a poloha válců a trysek závisí na konkrétní instalaci a druhu ZPO. Některé moderní ZPO dokonce nepoužívají chladící trysky, ale využívají vnitřně chlazených válců, mezi kterými probíhá odvod tepla přirozenou konvekcí. Trysky můžeme podle plochy dopadu vody dělit do základních typů, ploché trysky především pro bramové lití [87] a kuželové pro sochorové lití. V prvním případě popisuje vodní dopad obdélník s nepatrně zahnutými rohy a v druhém kruh. Dále můžeme dělit trysky podle chladícího média, a to na čistě vodní nebo vodo-vzdušné, kde se voda rozkládá do oblaku velmi malých kapiček (průměrná velikost kapky je v rozmezí 100 až 1000  $\mu$ m, zatímco u vodo-vzdušných trysek menší). Používání vodo-vzdušných trysek je stále častější. Jejich výhodou je rovnoměrnější distribuce vody, i když instalace vyžaduje jak přívod vody, tak přívod stlačeného vzduchu [6], [37], [78].

Vzhledem k požadavkům na vysokou produktivitu výroby resp. co možná nejvyšší možnou licí rychlost, musí sekundární chlazení dokončit tuhnutí tekutého jádra před místem řezání předlitku. Nadměrné chlazení však může zapříčinit velké teplotní napětí na povrchu předlitku a tím způsobit podélné trhliny i přesto, že hlavní příčina povrchových vad je připisována procesu chlazení v krystalizátoru. Kombinace nevhodné povrchové teploty a nízké tvárnosti obecně zapříčiní vznik příčných trhlin na širší straně a vznik příčných trhlin v rozích při rovnání předlitku. Zpětný ohřev povrchu může mít za následek tvorbu vnitřních trhlin v pásu tuhnutí, proto by měla mít teplota povrchu ve směru lití klesající charakter [6]. Optimalizační cíle zde vstupují do konfliktu, protože maximalizace chlazení zvyšuje produktivitu, ale zároveň minimalizace chlazení eliminuje výrobní defekty.

Stanovit odvod tepla v sekundárním chlazení je poměrně složitý proces. Důležitou roli zde zastupuje vypařování vody a tzv. Leidenfrostova teplota [5], [13], [33]. Odvod tepla pod tryskou můžeme vyjádřit podle vztahu

$$\dot{q} = htc \left(T_{surf} - T_w\right) + \varepsilon_{surf} \sigma \left(T_{surf}^4 - T_w^4\right), \qquad (1.14)$$



Obrázek 1.12: Schéma odvodu tepla v sekundární zóně: (1) dotyk předlitku s válcem (2) odvod tepla přirozenou konvekcí a radiací (3) dopad trysky (4) stékání vody po povrchu předlitku (5) akumulace vody [62]

kde  $htc \ [W/m^2K]$  je součinitel přestupu tepla (angl. heat transfer coefficient). Mimo trysku potom odvod tepla probíhá především radiací a v menší míře přirozenou konvekcí

$$\dot{q} = htc_{nat} \left( T_{surf} - T_{\infty} \right) + \varepsilon_{surf} \sigma \left( T_{surf}^4 - T_{\infty}^4 \right).$$
(1.15)

V místě dotyku válce předpokládáme, že tepelný tok z předlitku do válce je roven tepelnému toku z válce do okolí. Lze psát vztah

$$\dot{q} = \frac{\pi \frac{l}{2} d \left( h t c_{rol} \left( T_{rol} - T_{\infty} \right) + \varepsilon_{rol} \sigma \left( T_{rol}^4 - T_{\infty}^4 \right) \right)}{S} + \dot{q}_{ak} + \dot{q}_{tr},$$
(1.16)

ve kterém  $S \text{ [m^2]}$  je plocha kontaktu válce a předlitku,  $\dot{q}_{ak} \text{ [W/m^2]}$  je odvod tepla v místě akumulace vody mezi předlitkem a válcem. Jeho hodnota vychází z velikosti objemu akumulované vody.  $\dot{q}_{tr} \text{ [W/m^2]}$  je odvod tepla odpařením kapiček vody, které na válec dopadnou z okolních trysek. Hodnota  $\dot{q}_{tr}$  je výrazná především na oblouku malého rádiusu. Obecně se uvádí, že se z jeho povrchu odebere cca. o 20 % více tepla než z povrchu velkého rádiusu. Přitom intenzita chladících trysek je na obou površích stejná. V případě válců s vnitřním chlazením se dá odvod tepla určit z tepelné bilance podobně jako u krystalizátoru podle rovnice (1.8). Do rovnic (1.14) - (1.16) můžeme dosadit hodnotu emisivity v rozmezí 0,6 až 0,8. Lze však použít i empirický vztah závislý na povrchové teplotě [78]

$$\varepsilon = 0,78828571429 + 0,0003375(T_{surf}) - 40,17857143 \cdot 10^{-8}(T_{surf}^2),$$
(1.17)

nebo podle [26]

$$\varepsilon = \frac{0,85}{\left[1 + \exp\left(42,68 - 0,02682T_{surf}\right)^{0,0115}\right]}.$$
(1.18)

Určení součinitelů přestupu tepla htc pro rovnice (1.14) - (1.16) je značně obtížný proces. V některých případech můžeme použít bezrozměrných podobnostních čísel a tabelovaných výrazů. U součinitele přestupu tepla na válci můžeme díky jeho malé úhlové rychlosti (0,5 -  $1,2\,\mathrm{m/min})$ zanedbat jeho rotaci a použít kriteriálního vztahu pro turbulentní obtékání vodorovného válce

$$htc_{rol} = \frac{Nu\lambda_{air}}{d},\tag{1.19}$$

kde  $Nu = 0, 1 (Pr_{air}Gr)^{1/3}$  je Nusseltovo číslo,  $Pr_{air}$  je Prandtlovo číslo a  $Gr = \frac{g\beta_{air}(T_{surf}-T_{\infty})D^3}{\nu_{air}^2}$  je Grashofovo číslo [10]. Součinitel přestupu tepla z předlitku přirozenou konvekcí popisuje empirická rovnice [26]

$$htc_{nat} = 0.84 \left( T_{surf} - T_{\infty} \right)^{1/3}.$$
 (1.20)

Nejobtížnější je určení součinitele přestupu tepla pod tryskou. Jeho hodnota závisí na průtoku chladící vody (intenzitě chlazení), na povrchové teplotě předlitku, na licí rychlosti apod. V literatuře můžeme nalézt množství různých vztahů [6], [23], [84] jako jsou např.

$$htc = \alpha W^{\beta} \gamma \left( T_{surf} \right), \qquad (1.21)$$

$$htc = 87, 2W^{0.65} v_c^{0.37} \left[ 1 - 0,009 \left( T_w - 20 \right) \right], \qquad (1.22)$$

$$htc = 10^{4,49} I^{0,6} 10^{-0,0046T_{surf}} - \alpha p + \beta w_{si}, \qquad (1.23)$$

$$htc = 0,581W^{0,451} \left(1 - 0,0075T_w\right), \qquad (1.24)$$

$$htc = 708W^{0,75}T_{surf}^{-1,2} + 0,116, (1.25)$$

$$htc = \frac{2,6612 \cdot 10^5 W^{0,616}}{T_{surf}^{2,445}},$$
(1.26)

kde W [l/m<sup>2</sup>s] je hustota vodního toku , I [kg/min] je intenzita chlazení, p [Pa] je tlak vody a  $\alpha, \beta, \gamma$  jsou konstanty. Tyto koeficienty však platí pro určité spektrum trysek, teplot a průtoků. Jestliže chceme dosáhnout dobré shody modelu a reálného procesu, musíme zajistit experimentální měření všech druhů trysek instalovaných na konkrétním ZPO. Např. pomocí metody inverzního výpočtu tzv. teplého modelu, kde je elektricky ohřátá ocelová deska s termočlánky uchycena v držáku a její povrch je chlazen příslušnou tryskou [4], [28], [63], [78], [A24], [A25], příloha C.

Velikost plochy kontaktu mezi vodícím válcem a předlitkem závisí na mnoha parametrech (poloměr a sklon válce, licí rychlosti, vodní chlazení, pozice válce na ZPO, aj.). Experimentálně byla stanovena průměrná délka kontaktu mezi 2 až 3 cm [6]. Měrný tepelný tok odvedený válcem je přibližně  $\dot{q} = 620 \,\mathrm{kW/m^2}$  a součinitel přestupu tepla přibližně  $htc = 600 \,\mathrm{W/m^2K}$  [6]. Někteří autoři však u svých modelů dosazují hodnotu pro součinitel přestupu tepla v místě dotyku válce  $htc = 2500 \,\mathrm{W/m^2K}$  [23]. Nalézt můžeme rovněž empirické vztahy, jako je např. [92]

$$\dot{q} = 11513, 7T_w^{0.76} v_c^{-0.2} (2\alpha)^{-0.16},$$
(1.27)

kde  $v_c$  [m/min] je licí rychlost a  $\alpha$  je úhel, který svírá osa válece s povrchem předlitku. Měření odvodu tepla válci inverzní metodou můžeme najít v článku [91]. Kontakt válců s povrchem, jejich namáhání a opotřebení je rovněž úloha, kterou se zabývá řada autorů [24] [59].

Na ZPO se téměř vždy nachází více druhů trysek, které jsou řazeny do jednotlivých chladících okruhů. To umožňuje řídit vodní ostřik podle polohy trysek (malý rádius, velký rádius, boky) a jejich vzdálenosti od krystalizátoru. Nerovnoměrné chlazení by znamenalo špatné rozložení teplot v řezu předlitku a tím špatnou homogenitu materiálu. Trysky jsou v jednom chladícím okruhu většinou stejného typu a jsou spojeny společným potrubím k jednomu čerpadlu.

Modelovat sekundární zónu chlazení pomocí numerických metod a tím dosáhnout lepšího pochopení procesu přenosu tepla a tuhnutí předlitku je v dnešní době, kdy zvýšení výpočetní



Obrázek 1.13: Křivky povrchových teplot v sekundární zóně: (a) přesný numerický model s verifikací podle pyrometrů [25](b) zjednodušený numerický model [88]

kapacity a snížení pořizovacích cen počítačů zaznamenalo prudký vývoj, přirozené. V literatuře můžeme nalézt výpočetní modely 1-D [23], [30], 2-D [52] i 3-D [69], [78]. Velice často jsou tyto modely navrženy na míru konkrétního provozu [73] a fungují ve své on-line verzi [78], [A14]. K dispozici jsou rovněž komerční výpočetní programy, jako je např. program ProCAST, umožňující modelování ZPO [49]. Na přímé nasazení vzhledem ke složitosti okrajových podmínek, termo-fyzikálních vlastností oceli, procesu tuhnutí se však musí modely korigovat pomocí monitorování reálného procesu [46]. Pokud nemáme k dispozici experimentálně ověřené hodnoty provozních povrchových teplot, můžeme do modelů použít průměrné hodnoty součinitelů přestupu tepla pro sekundární chladící zónu podle tabulky 1.1 [6]. Tyto hodnoty lze však brát pouze orientačně. Na obrázku 1.13 je ukázka průběhů teplot v sekundární zóně pro model s definovaným odvodem tepla obsahující válce a trysky, včetně měřených hodnot pyrometry a zjednodušený model obsahující pouze průměrné teplotní toky pro jednotlivé chladící okruhy.

Zóna	Průměrný součinitel přestupu tepla pro $T_{surf} = 1000$ °C
Pod tryskou	200 - 2000
Stékání vody	200 - 500
Akumulace vody	1000
Kontakt s válcem	600 - 800
Místo přirozené konvekce a radiace	100

Tabulka 1.1: Typické hodnoty součinitelů přestupu tepla v sekundárním chlazení

### 1.5 Terciární oblast chlazení

Poslední částí technologického schématu ZPO je oblast terciárního chlazení předlitku. Zde je předlitek dopravován pomocí válečkové trati k dělícímu zařízení. Řezání může být mechanické nebo kyslíkovým hořákem. V terciární zóně je již ukončen přímý vodní ostřik a odvod tepla již probíhá pouze formou přirozené konvekce a radiace podle rovnice (1.15), kde součinitel přestupu tepla můžeme dosadit z rovnice (1.20). Přesto ani zde není výpočet zcela jednoduchý, protože

v provozních podmínkách dochází ve skutečnosti k složité výměně tepla. Např. ve víceproudových ZPO typických pro sochorové lití, ale i u dvouproudového bramového lití by měl výpočet zahrnovat vzájemné tepelné ovlivňování mezi proudy.

#### 1.6 Hlavní parametry plynulého lití

Proces plynulého lití oceli je ovlivněn řadou parametrů. V dalším textu jsou uvedeny pouze parametry, které patří k nejčastěji zmiňovaným a mají na kvalitu a produktivitu systému rozhodující vliv.



Obrázek 1.14: Vliv licí rychlosti na tloušťku kůry [6]

Licí rychlost je obecně chápána jako rychlost, kterou opouští předlitek krystalizátor. Její velikost je limitována velikostí ZPO a tedy průřezem předlitku, chemickým složením oceli, intenzitou odvodu tepla v krystalizátoru a tedy šířkou utuhlé kůry za krystalizátorem, teplotou přehřátí oceli apod. Licí rychlost přímo ovlivňuje délku tekutého jádra a tedy dobu tuhnutí a kvalitu litého materiálu. Zvýšení licí rychlosti znamená zvýšení produktivity výroby, ale z hlediska bezpečnosti provozu a zajištění požadované finální kvality oceli se musí licí rychlost přes 6 m/min a pro bramové lití přes 1,6 m/min. Ukázka vlivu licí rychlosti na vznik pevné kůry je zachycen na obrázku 1.14.

Doba lití představuje dobu lití oceli z jedné pánve. Tento údaj potom slouží k synchronizaci zásobovacího cyklu. Větší pánev znamená větší licí čas. Uvádí se, že je nejlépe dodržet dobu lití pod 60 minut. Zároveň by měla odpovídat době tavby ocelářské výrobní jednotky.

Metalurgická délka je délka počítaná od hladiny oceli v krystalizátoru po místo, kde je již celý předlitek ztuhnut. Pro bramové lití ji můžeme přibližně popsat jako funkci licí rychlosti podle vztahu [78]

$$M = v_c \left(\frac{h}{2K_s}\right)^2,\tag{1.28}$$

kde h [mm] je tloušťka bramy,  $K_s$  je konstanta tuhnutí. Nicméně k přesnému určení je potřeba použít numerický model teplotního pole. Velikost metalurgické délky nesmí překročit vzdálenost mezi hladinou oceli a polohou dělícího zařízení. Zde se volí rezerva 4 metry, aby byla zajištěna provozní jistota dělení předlitku s plně ztuhlým průřezem.

Produktivita procesu plynulého lití se odvíjí od licí rychlosti. Určuje se podle množství odlitých bram či sochorů za jednotku času. Dá se jednoduše vyjádřit podle vztahu [6]

$$\dot{m_p} = v_c S \rho, \tag{1.29}$$

kde  $\dot{m_p}$  [kg/min] je minutová hmotnost vyrobených bram či sochorů, S [m<sup>2</sup>] je plocha předlitku. Do měsíční produkce se musí zahrnout potřebné časy na údržbu stroje a časy potřebné na jeho nastavení podle litých rozměrů. Maximalizovat čas provozu je potom optimalizační úlohou plánování a rozvrhování výroby, která např. řeší posloupnosti taveb.

Licí teplota je teplota tekuté oceli, která je dodávána do krystalizátoru. Licí teplota má vliv na strukturu odlitého materiálu, protože ovlivňuje tvorbu krystalů v krystalizátoru. Vyžaduje se, aby teplota přehřátí nad teplotou likvidu byla co nejmenší. Z technického hlediska je však prakticky nemožné měřit teplotu přímo v krystalizátoru. Využívá se proto hodnot teplot měřených v mezipánvi, z jejíž hodnoty se přepočítává licí teplota. Teplota přehřátí v mezipánvi je obvykle 10 - 60 °C nad teplotou likvidu. Zajištění požadavku na předepsanou hodnotu však není někdy snadné. Ovlivňujícími parametry jsou především teplotní ztráty v mezipánvi a doby lití jedné tavby.

*Tavba* je část sekvence lití, která je odlita z jedné pánve. Jedna sekvence je potom souhrn taveb, které jsou lity od začátku spuštění stroje, po jeho poslední odlitý předlitek.

## Proces tuhnutí oceli

Teorie tuhnutí a krystalizace umožňuje zkoumání podstaty přeměn skupenství a z toho plynoucí heterogenity oceli. Proces tuhnutí předlitku je určující nejen pro stanovení skutečného výkonu ZPO, ale současně pro kvalitu odlitých bram a sochorů. K tomu je nutná znalost parametrů tuhnutí, jako je konstanta tuhnutí, licí rychlost, teplotní gradienty v průběhu procesu aj.

Po nukleaci krystalizačních zárodků dochází k jejich růstu do volné taveniny. Růst probíhá do doby, než je omezen sousedními krystaly. Oblast struktury vzniklá z jednoho krystalizačního zárodku se nazývá primární zrno. Množství a velikost zrn závisí na počtu krystalizačních (aktivních) zárodků. Jestliže při tuhnutí dojde k aktivaci pouze malého počtu zárodku, je výsledkem hrubozrnná struktura a naopak [6]. Ocel tuhne vždy dendriticky za vzniku heterogenní lité struktury [6], [17]. Osy primárních dendritů, které představují první utuhlé krystalky, jsou tvořeny prvkem s nejvyšším bodem tání (v případě oceli je to železo). Každé zrno obsahuje jeden dendrit, což je krystalit tvaru stromečku (obr. 2.1). Primární osy dendritů rostou vždy ve směru teplotního gradientu. Hustota sekundárních a vyšších větví dendritů je závislá zejména na době tuhnutí v daném místě a na složení slitiny. V počáteční fázi krystalizace jsou dendrity křehké a jeho větve se snadno lámou. Toho se někdy využívá v případech, kde se pomocí řízené konvekce taveniny (elektromagnetické míchání) minimalizuje sloupcová vrstva a zjemňují se zrna rovnoosé vrstvy.



Obrázek 2.1: Znázornění dendritů: (a) sloupcová dendritická solidifikace, (b) rovnoosá dendritická solidifikace [6]

Příčinou krystalizace je tedy snaha kovu nebo slitiny dosáhnout při změně teploty stabilního

stavu. Existuje teoretická teplota krystalizace, při níž fáze původní a nově vznikající jsou ve stavu termodynamické rovnováhy. Podmínkou je rovnost entalpie obou fází. Protože je krystalizace difuzní pochod s postupujícím zakládáním zárodků a jejich růstem, nelze očekávat její započetí za teoretické teploty tuhnutí. Musí dojít k určitému podchlazení pod tuto teplotu, aby rozdíl volné entalpie mezi fází nově vznikající a původní byl dostačující k podnícení krystalizace. Z tohoto rozdílu entalpií se pak uhradí práce potřebná pro zakládání a růst zárodku [9]. Rozdíl mezi skutečnou teplotou přeměny a teoretickou teplotou tuhnutí, která odpovídá místnímu chemickému složení, se nazývá koncentrační nebo také konstituční přechlazení [6], [77]. Vznik a velikost konstitučního přechlazení má vliv na morfologii mezifázového rozhraní. Když se zvětšuje konstituční přechlazení, mění se mezifázové rozhraní z rovinného (planárního), přes buněčné na dendritické. Čím menší je teplotní gradient v tavenině před frontou tuhnutí, tím větší je tendence k dendritickému tuhnutí (protože vzniká větší konstituční přechlazení). Při rychlém ochlazení je konstituční přechlazení malé, eventuálně k němu nedochází. Vliv intenzity rychlosti chladnutí je tedy velmi významný, protože se liší struktura finálního odlitku.

Struktura je rovněž ovlivněna licí teplotou, protože pokud je licí teplota příliš vysoká oproti teplotě likvidu, může dojít k opětovnému roztavení vzniklých krystalů. Navíc nižší teplota přehřátí podněcuje vznik rovnoosé struktury, která je odolnější z hlediska tvorby trhlin a redukuje vznik makrosegregace.

Dominantními jevy, které ovlivňují vlastnosti oceli při odlévání a tuhnutí, jsou sekundární oxidace a segregace (odmíšení). K sekundární oxidaci dochází zejména při styku proudu odlévané oceli se vzduchem. Příčinou segregace prvků během tuhnutí je rozdílná rozpustnost prvků v tekutém a tuhém stavu. Krystaly, které se vylučují mezi solidem a likvidem, obsahují nižší koncentraci legujících a doprovodných prvků a tavenina se o tyto prvky obohacuje. Segregace je proces vzniku nerovnoměrného chemického složení ve výsledné struktuře látek při nerovnoměrném tuhnutí roztoků. Neprobíhá-li ochlazování difuzí až do rovnovážných podmínek, vzniká segregací v jedné fázi nerovnoměrné složení (ať už vlivem příměsí nebo nečistot), projevující se například v horších vlastnostech odlitků [17].

Řízení procesu tuhnutí za účelem dosažení požadované struktury pro konkrétní třídu oceli je důležitým úkolem. Například rovnoosé krystaly jsou preferovány pro nerezové oceli nebo pro slitiny železa a křemíku na elektrotechnické plechy. Nicméně rovnoosé krystaly nejsou vždy doporučené pro jiné druhy ocelí [6].

### 2.1 Rovnovážný diagram soustavy železo-uhlík

Na vlastnosti technických slitin železa má významný vliv uhlík, který ovlivňuje důležité vlastnosti slitiny. I když při procesu plynulého lití dochází k nerovnovážným dějům, při predikci vlastností technických slitin železa můžeme pro výchozí představu použít s určitou nepřesností rovnovážný diagram železo-uhlík (obr. 2.2).

Obrázek 2.2 znázorňuje situaci, kdy je tekutá ocel o složení  $C_0$  ochlazena na teplotu  $T_1$ , která je pod teplotou tuhnutí čistého železa  $T_m$ . V tomto ekvilibriu koexistuje pevná sloučenina  $C_S$  s tekutou sloučeninou  $C_L$ . Protože sloučenina  $C_S$  obsahuje méně uhlíku jak  $C_0$ , uhlík se bude vylučovat ze solidu do likvidu v objemu odpovídajícímu difuznímu poměru uhlíku v tavenině. Rozměr této obohacené zóny je dán vztahem  $\sqrt{D_C^L \tau}$ , kde  $D_C^L$  je difuzní koeficient uhlíku v tavenině a  $\tau$  je čas potřebný pro difuzi, který závisí na intenzitě chlazení [6].

Za reálných podmínek výroby je krystalizace kovových slitin vždy nerovnovážná, protože difuzní procesy, které probíhají v tekuté i tuhé fázi nestačí vyrovnávat koncentraci v tuhé fázi na úroveň, kterou charakterizuje rovnovážný diagram. Pouze nekonečně dlouhý interval krystalizace umožňuje rovnovážnou krystalizaci [77].



Obrázek 2.2: Detail rovnovážného diagramu soustavy železo-uhlík v oblasti tuhnutí

### 2.2 Segregační jevy u předlitků

Při výrobě ocelí přicházejí ze surového železa, šrotu, paliva, vyzdívky a atmosféry další prvky, které ovlivňují výslednou vlastnost materiálu. Tyto prvky jsou označovány jako doprovodné, pokud jejich koncentrace nepřekročí dohodnutou hranici. Nad touto hranicí jsou označovány za legovací. Některé prvky jsou označovány jako škodlivé, např. síra, dusík, fosfor a kyslík a některé jako prospěšné, jako mangan, chróm, křemík a hliník. Limitní obsahy těchto prvků vychází z účelu použití oceli. Při tuhnutí se projevuje přítomnost dalších prvků jejich segregací. Tyto prvky mají v závislosti na teplotě různou rozpustnost v železe a tedy i vzniklé krystaly mají odlišnou koncentraci příměsi než původní tavenina. Chemická heterogenita prvků je pak převážnou příčinou nedostatků a vad, protože v oblasti význačnějšího vylučování dochází k oslabování vazeb mezi atomy a mechanické vlastnosti se snižují.

Pokud k segregaci dochází v rámci velikosti dendritů nebo zrn, hovoříme o mikrosegregaci, což je z hlediska posuzování oceli totožný pojem jako dendritická segregace [17], protože oceli tuhnou vždy dendriticky. Velikost dendritické segregace prvků je závislá na chemickém složení taveniny a kinetice krystalizace. Pro vyšší rychlost krystalizace je dendritická struktura jemnější, ale segregace prvků je větší, způsobená zkrácením doby difúze příměsi.

Chemická nestejnorodost v rozsahu, který převyšuje rozměry dendritů a primárního zrna se nazývá makrosegregace [77]. Jestliže z důsledků segregačních pochodů je v mezidendritické tavenině překročena rozpustnost některého prvku, vzniká chemická sloučenina. Takto vzniklé chemické sloučeniny se nazývají vměstky a mají nepříznivý vliv na tvorbu trhlin a kvalitu oceli. Jejich nepříznivé působení na vlastnosti ocelí souvisí zejména s jejich množstvím, velikostí a distribucí. Různé typy makrosegregací jsou odvozeny ze společného mechanizmu proudění taveniny obohacené příměsemi z mezifázového rozhraní mezi likvidem a solidem do míst, kde probíhá tepelné smršťování a tuhnutí. Makrosegregace se vyskytují na všech formátech, tj. sochorů, bloků a bram, přičemž tento typ segregace má na kvalitu předlitku největší vliv [6].

Makrosegregace v středové ose lití se nazývá středová segregace (angl. centerline segregation). Studování tohoto typu segregace bylo velice populární. V konečném stádiu tuhnutí se k sobě přibližuje pevná skořepina ze strany velkého a malého rádiu. Vlivem ferrostatického tlaku dochází k vyboulení pevné kůry mezi válci, které je stisknuto další sadou válců. Tento opětovný děj dává příležitost k proudění taveniny obohacené příměsemi a má za vliv vážné makrosegragace v centru předlitku. Tento typ makrosegregace přináší závažné defekty jako je např. tvoření středových trhlin. Jednou z možností jak těmto defektům předejít je využití hydraulicky stlačovaných válců k povrchu předlitku v místě konečného stádia tuhnutí (dosažení metalurgické délky), tzv. mírná redukce (angl. soft reduction) [30]. Tato technika je především vhodná v případě dendritických struktur, nicméně v případě, kdy tvoří strukturu rovnoosé krystaly, není tato technika efektivní a dokonce může mít negativní vliv [6].

Rozdělení příměsí během procesu tuhnutí charakterizuje rozdělovací koeficient  $\kappa_0$  [17], [77]. Při podmínkách, kdy je rychlost krystalizace rovna nule, je koncentrace příměsi v tavenině a krystalu daná příslušným binárním diagramem a jejich vzájemný poměr je stálý a daný hodnotou  $\kappa_0 = \frac{C_S(j)}{C_L(j)}$  (obr. 2.2), kde j je index prvku. Čím více se hodnota  $\kappa_0$  blíží k jedné, tím menší je efekt rozdělení. Při dendritické krystalizaci však podmínky rovnováhy splněny nejsou. Charakter dendritické struktury závisí na poměru rychlosti tuhnutí a přenosu tepla v tavenině, přičemž rozhodující vliv má rychlost tuhnutí daná teplotním gradientem na mezifázovém rozhraní. Proto se zavedl pojem efektivního rozdělovacího koeficientu, který závisí na rychlosti tuhnutí a koncentraci příměsi v tavenině podle vztahu [17]

$$\kappa_{eff} = \frac{\kappa_0}{\kappa_0 + (1 - \kappa_0) \exp\left(\frac{-\nu\delta}{D}\right)},\tag{2.1}$$

kde  $\nu$  [cm/s] je rychlost tuhnutí,  $\delta$  [cm] je tloušťka difúzní vrstvy před mezifázovým rozhraním a D [cm<sup>2</sup>/s] je difúzní koeficient příměsi v tavenině. Tloušťka difuzní vrstvy závisí na intenzitě míchání taveniny. V případě dokonalého míchání je  $\delta = 0$  a tedy  $\kappa_{eff} = \kappa_0$ . Další rozdělovací koeficienty a modelování segregace popisuje literatura [17], [45], [77].

V důsledku procesu segregace se rovněž před krystalizační frontou vytvoří oblast konstitučně přechlazené taveniny. Chladnutím oceli vytváří v tavenině teplotní gradient, který způsobí, že je teplota v některých místech před krystalizačním rozhraním nižší, než teplota izolikvidy, což je příčinou nestability krystalizace.

#### 2.3 Tloušťka a růst skořepiny

Tuhá kůra předlitku (skořepina) vzniká v primární zóně chlazení ZPO. Na výstupu z krystalizátoru je její velikost velmi malá ve srovnání k velikosti plochy tekutého jádra. Při plynulém odlévání oceli dochází k elastickoplastické deformaci tuhnoucí kůry vlivem teplotního gradientu a vlivem ferrostatického tlaku. Vznik mezery mezi povrchem předlitku a stěnou krystalizátoru způsobuje, že tloušťka skořepiny není pravidelná. Když ještě připočítáme vliv zakřivení krystalizátoru a jeho oscilace, je určení tloušťky skořepiny složitou záležitostí.

Existuje několik technik na měření tloušťky skořepiny podél krystalizátoru a sekundární zóny. Např. řízený průval způsobený cíleným řezem (velice nákladná technika), nastřelením plochy předlitku pomocí nastřelovací pistole, stopováním tedy přidáváním radioaktivních izotopů  $Au^{198}$  nebo chemických prvků FeS na hladinu oceli v krystalizátoru, které jsou dopravovány v tekutém jádře předlitku [6]. Tyto metody však mají značné nevýhody. Průval způsobuje nestandardní situaci, stopovací metody fungují pouze, pokud je dopravení těchto prvků rychlé přes celou tekutou oblast. Navíc díky formování mushy zóny nedává ani jedna metoda přesné výsledky. Nejčastěji se vychází z dat, která vznikla při průvalu. Z měření několika autorů se dříve vycházelo z rovnice [6], [78]

$$x_s = K\tau^n, \tag{2.2}$$

kde  $x_s$  [mm] je tloušťka skořepiny, K [-] je konstanta tuhnutí krystalizátoru (12 - 30),  $\tau$  [min] je čas tuhnutí a n se pohybuje mezi 0,5 - 0,9 podle konkrétního autora. Nicméně tato rovnice počítá s konstantní teplotou povrchu a nepočítá s přehřátím oceli, což nevystihuje provozní podmínky lití. Tloušťka skořepiny se dá rovněž získat pomocí tepla odvedeného z předlitku ve směru lití z

podle vztahu [6]

$$x_s(z) = \frac{\int_0^z \dot{q}(z)dz}{v_c \rho \left[L + c_p \overline{\Delta T(z)}\right]},$$
(2.3)

kde L [J/kg] je latentní teplo fázové přeměny pro danou ocel,  $\overline{\Delta T(z)}$  je průměrný pokles teploty ve směru z, který nelze odhadnout, ale musí být spočítán. Tato rovnice se dá používat v případě tuhnutí čistého železa a pro ocel s malým obsahem dalších příměsí (malá velikost mushy zóny). Výsledky měření a výpočtu šířky skořepiny jsou z hlediska rizika průvalu nejdůležitější v místě, kde opouští předlitek krystalizátor.

#### 2.4 Modelování makro-solidifikace

Makro-solidifikace řeší proces tuhnutí v měřítkách  $10^0 - 10^{-3}$  m [77]. Její modely jsou založeny na zákonech zachování hmoty, energie, hybnosti a chemické rovnováhy. Makro-solidifikace neřeší mikrosegregaci, nukleaci a morfologii krystalů. Jejich výsledkem je potom obvykle rozložení teplot v médiu, rozložení prvků (makrosegregace) a predikce smrštění materiálu [77]. Modely makro-solidifikace řeší tři základní fáze, pevnou, tekutou a pásmo které leží mezi nimi tzv. mushy zónu (kde koexistuje tavenina s tuhou fází). Veličina určující polohu v pásmu mushy zóny se nazývá podíl pevné fáze (angl. solid fraction)  $f_s(T)$ , která byla definována různými autory [77], [80]. Jestliže  $f_s = 0$ , element je stále ve stavu taveniny a uvažujeme pouze termodynamické vlastnosti likvidu. Naopak pokud  $f_s = 1$ , element je pouze v pevném stavu. Vztahy pro určení podílu pevné fáze jsou vztaženy k vlastnosti materiálu související s dendritickou mikrosegregací. Teoretická analýza procesu tuhnutí je založena na rovnováze solidifikace, která předpokládá, že mezi tekutou a pevnou fází probíhá úplná difuze. Nejjednodušším předpokladem je lineární růst latentního tepla mezi teplotou solidu a likvidu

$$f_s = \frac{T_L - T}{T_L - T_S},\tag{2.4}$$

nebo kvadratický růst podle rovnice

$$f_s = 1 - \left(\frac{T - T_S}{T_L - T_S}\right)^2.$$
 (2.5)

Pro uhlíkovou ocel je  $f_s$ popsána pákovým pravidlem

$$f_s = \frac{1}{1 - \kappa_0} \left( \frac{T - T_L}{T - T_F} \right). \tag{2.6}$$

Například pro případ neželezných slitin Al-Cu a Sn-Pb se využívá Scheilova rovnice

$$f_s = 1 - \left(\frac{T - T_F}{T_L - T_F}\right)^{1/(\kappa_0 - 1)}.$$
(2.7)

V rovnicích (2.6) a (2.7) je  $T_F$  [°C] teplota tavení a konstanta  $\kappa_0 = \frac{T_F - T_L}{T_F - T_S}$  [-] je rozdělovací koeficient. Další modifikace těchto rovnic uvádí literatura [80]. K určení teplot solidu a likvidu oceli se dá jako hrubé aproximace využít binárního diagramu 2.2. Nicméně tyto teploty jsou funkcí chemického složení. Na jejich určení můžeme použít výpočetní software, data experimentálního měření, nebo popřípadě regresní vztahy [78]

$$T_{L} = 1536 - 78wtC - 7, 6wtSi - 4, 9wtMn - 34, 4wtP - 38wtS - 4, 6wtCu - -3, 1wtNi - 1, 3wtCr - 3, 6wtAl,$$
  

$$T_{S} = 1536 - 251wtC - 12, 3wtSi - 6, 8wtMn - 124, 4wtP - 183, 9wtS - 4, 3wtNi - -1, 4wtCr - 4, 1wtAl,$$
(2.8)

kdewt[-] je hmotnostní podíl příslušného prvku.

### 2.5 Řízení struktury předlitku

Z předešlých podkapitol je zřejmé, že na konečnou strukturu materiálu má vliv mnoho parametrů. Některé z těchto parametrů můžeme ovlivnit pouze částečně nebo vůbec. Na druhou stranu na vznik finální struktury má zásadní vliv odvod tepla z předlitku, který na ZPO můžeme ovlivňovat nastavením licí rychlosti a intenzity chlazení. Oproti primární zóně chlazení, kde jsme podřízeni tvorbě skořepiny určité tloušťky a nemůžeme si tak dovolit regulovat odvod tepla ve velkém rozsahu, můžeme v sekundární zóně chlazení sledovat teplotní průběhy a regulovat jednotlivé trysky v závislosti na licí rychlosti a chemickém složení oceli za účelem dosažení maximální možné kvality finálního výrobku [A30]. Hlavním problémem však není pouze dosažení požadované struktury, ale také dosažení finálních vlastností oceli s minimálním počtem vad viz kapitola 3.

# KAPITOLA 3

# Kvalita a vady plynule odlévaných předlitků

Kvalita litých bram a sochorů je jedním z nejdůležitějších požadavků finálních spotřebitelů. Ta je zákazníky posuzována dle vlastností v pevném stavu, a to vlastností mechanických (pevnost, tažnost, mez kluzu, atd.), fyzikálních (hustota, pružnost, součinitel tepelné vodivosti, atd.), chemických (korozivzdornost, odolnost v sirovodíkovém prostředí, atd.) či technologických (svařitelnost, prokalitelnost, atd.) [20]. Dosažení požadované kvality je však pro výrobce složité, protože musí tyto vlastnosti predikovat na základě měřených technologických veličin a materiálu v litém stavu. Kvalitu bramy nebo sochoru určuje především charakter její makrostruktury a výskyt jejích vad. Makrostruktura závisí na způsobu a stupni přetváření plynule litého předlitku, viz kapitola 2. Požadovaná čistota materiálu potom znamená absenci nebo minimalizaci nekovových vměstků v materiálu. Dalším parametrem ovlivňujícím koncovou kvalitu bramy či sochoru je chemické složení oceli. To však nelze při odlévání na ZPO ovlivnit, vyjma přidávání příměsí v mezipánvi. Při lití oceli na ZPO vystupuje celá řada technologií, které finální kvalitu ovlivňují. Mezi nejrychleji se rozvíjející patří:

- zpracování oceli v mezipánvi (mezipánvová metalurgie),
- elektromagnetické míchání oceli (především u sochorů),
- elektromagnetická brzda,
- protiprůvalové systémy,
- technologie oscilací krystalizátoru,
- automatizace řízení,
- aplikace teplotních modelů,
- systémy predikce kvality předlitku.

Vady plynule litých sochorů a bram se dělí nejčastěji do třech skupin:

- vnitřní vady (mezilehlé trhliny, chyby středové oblasti, aj.),
- povrchové vady (necelistvosti typu trhlin a bublin, porušení spojitosti licí kůry, aj.),
- rozměrové vady (vyborcení, vborcení, kosoúhlost, prohnutí, aj.).

Povrchové vady předlitku jsou na ZPO největším problémem jeho kvality, které způsobují obvykle podstatně větší potíže při jeho dalším zpracování, než vady vnitřní nebo tvarové. Rovněž četnost výskytu povrchových vad je při odlévání předlitku většinou podstatně vyšší, než vad

jiného charakteru. Za povrchové vady jsou považovány všechny vady, jež bezprostředně souvisí s povrchem bramy nebo sochoru. Někdy se mezi povrchové vady počítají vady uložené těsně pod povrchem v hloubce 1 až 2 mm. Pod pojmem vnitřní vady všeobecně rozumíme takové defekty struktury, které ve většině případů nepronikají na povrch předlitku. Z tohoto pohledu jsou tedy obtížněji zjistitelné. Mezi rozměrové vady řadíme nedodržení technických požadavků na délku, šířku a tloušťku bramy či sochoru. Rovněž sem řadíme úchylky tvaru a polohy příčného řezu.

### 3.1 Trhliny a necelistvosti při plynulém lití

V sedmdesátých letech, když byla technologie plynulého lití ještě v raném stádiu, výskyt velkých trhlin překračující několik metrů a 10 - 30 mm hlubokých byl běžnou záležitostí. Dnes, přestože se technologie plynulého lití výrazně zdokonalila, problém s výskytem trhlin, i když v menších měřítcích, stále zůstává. Typická podélná trhlina je zhruba 100 mm dlouhá a hluboká méně než několik milimetrů.

Při plynulém lití může vzniknout několik druhů deformací a trhlin. Na obrázku 3.1 je schematicky znázorněno rozdělení povrchových a vnitřních vad. Při plynulém lití dochází k něko-



Obrázek 3.1: Ukázka rozdělení vad na bramě, povrchové vady: 1-podélná trhlina v rohu bramy, 2-podélná trhlina ve středu bramy, 3-příčná trhlina v rohu, 4-příčná trhlina, 5-hvězdicová prasklina, 6-prohlubně, 7-vměstky, vnitřní vady: a-diagonální trhlina, d-středová porózita, estředová prasklina

lika způsobům deformací při vysokých teplotách. Hlavní příčinou trhlin je napětí v tahu [6]. K napětí dochází v několika místech ZPO, v krystalizátoru, v místě chladících trysek při ohybu předlitku na radiálním ZPO a v místě jeho rovnání. Kromě ohýbání a rovnání předlitku, kde je zvýšené napětí snadno pochopitelné, jsou dalšími zdroji napětí ferrostatický tlak, tření předlitku o stěnu krystalizátoru, špatné vyrovnávání licí rychlosti, mezery mezi válci vytvářející napětí napětí napětí existují různé empirické formule, např. pro výpočet deformace mezi válci (angl. bulging strain)  $\varepsilon_b = \frac{F_p l^3}{C_b S^3} 100$ , kde  $F_p$  je ferrostatický tlak, l je vzdálenost mezi válci, S je tloušťka tuhé skořepiny a  $C_b$  je konstanta vyboulení, nebo deformace způsobené nedostatečným kontaktem válce a předlitku (angl. misalignment strain)  $\varepsilon_m = 1, 15 \frac{3S}{l^2} \delta 100$ , kde  $\delta$  je vzdálenost osy válce od konstrukční osy. Nicméně pro věrohodnější určení rozložení napětí v celém předlitku je nutný výpočet modelu pro numerickou analýzu napjatostních poměrů.

Dalším významným zdrojem napětí je tzv. tepelné napětí (angl. thermal stress) související s teplotními gradienty v předlitku podle vztahu  $\sigma_T = \frac{\Delta T \alpha E}{d}$ , kde  $\Delta T$  [K] je teplotní rozdíl přes délku d [m],  $\alpha$  [m/K] je součinitel teplotní roztažnosti a E [Pa] je Youngův modul pružnosti oceli. Přestože Youngův modul pružnosti s rostoucí teplotou klesá, je stále hodnota tepelného napětí vzhledem k teplotním gradientům velká.

Vznik staženin vlivem teplotní smrštivosti oceli a inicializace vnitřních napětí záleží rovněž na chemickém složení oceli. To je obvykle posuzováno podle tzv. ekvivalentního obsahu uhlíku,
který je dán rovnicí

$$C_{eq} = wtC - 0, 1wtSi + 0, 04wtMn - 0, 04wtCr + 0, 1wtNi - 0, 1wtMo.$$
(3.1)

### Povrchové vady

Podélné trhliny vznikají v době, kdy povrch předlitku již ztratil styk s krystalizátorem, avšak napětí ve ztuhlé vnější vrstvě je větší než její pevnost. Podélné trhliny vznikající na širších stranách předlitku se vyskytují především při vysokých odlévacích teplotách, při vysokém obsahu síry v oceli, při vychýlení předlitku k jedné ze stran, jakost licího prášku, následkem opotřebení a poškození stěn krystalizátoru. Tvorba podélných trhlin je spojena rovněž s licí rychlostí, kde existuje vazba mezi konstrukcí krystalizátoru a tvorbou trhlin, která může i pro vysoké licí rychlosti vzniku trhlin zabránit. Povrchové trhliny na hranách předlitku se objevují v případech, kdy je poloměr zaoblení krystalizátoru příliš velký. Příčné trhliny mohou vznikat zejména při nesouladu mezi rychlostí lití a teplotou stěn krystalizátoru. Na jejich vznik má ale také vliv obsah uhlíku a síry v oceli, oscilační vrásky, znečištění oceli škodlivými příměsemi, ohýbání předlitku a jeho zpětné rovnání. Při zkouškách na precipitaci Al-N nedocházelo v průběhu ochlazování do teploty 800 °C téměř k žádné precipitaci, zatímco v průběhu zvyšování teploty v rozmezí 700 - 1000 °C byla zjištěna náchylnost k precipitaci [9]. To znamená, že v sekundárním pásmu chlazení, kde se opakuje ochlazování a znovuohřívání, se vytěsňuje Al-N a dá se předpokládat, že při narovnávání tažnými stolicemi vznikají trhliny od křehkých hranic zrn. Z toho vyplývá, že je možno učinit protiopatření a v místě rovnání držet povrchovou teplotu předlitku pod teplotou 700°C, nebo nad teplotou 900°C. Prohloubení na povrchu předlitku je způsobeno špatným kontaktem stěny předlitku a stěny krystalizátoru. Na její vznik má také vliv kolísání hladiny oceli v krystalizátoru a vysoká ochlazovací rychlost. Tvorba povrchových vad a trhlin je iniciována v krystalizátoru, ale vznik a rozšíření jsou podmíněny chemickým složením oceli, mechanickou a tepelnou deformací, rozměry předlitku a zónou sekundárního chlazení [9].

### Vnitřní vady

Výskyt vnitřních trhlin je způsoben mechanickým a tepelným pnutím vyvolaným fázovými přeměnami v oceli. Trhliny se hlavně tvoří v případě, kdy se překročí kritická hodnota tažných a kompresních sil na hranici mezi tekutou a tuhou fází. Téměř všechny vnitřní trhliny se tvoří v pásmu teplot odpovídající tzv. lámavosti za tepla těsně pod teplotou solidu. Citlivost oceli na tvoření trhlin se zvyšuje spolu se zvýšením obsahu některých legovacích prvků, zejména chromu, a rovněž při vyšším obsahu příměsí jako je fosfor, síra, cín, měď a antimon. Tvorba trhlin se značně snižuje, odlévá-li za při nižších teplotách, nebo při použití elektromagnetického míchače, což zaručuje zjemnění zrna. Hlavním faktorem ovlivňujícím možnost tvorby trhlin je poměr pevnosti oceli k její plastičnosti při vysokých teplotách. Protože pnutí vznikající na rozhraní mezi tekutou a tuhou fází jsou závislá na rychlosti lití, rozměrech předlitku a poloměru jeho ohýbání, je zřejmé, že vhodným nastavením odpovídajících podmínek pro konkrétní případ lze tvorbě trhlin zabránit. Obecně je však výskyt vnitřních trhlin vyvolán spíš nerovnoměrným než prudkým ochlazováním [9]. Ukázka vnitřní vady je na obrázku 3.2.

### Vady tvaru

Porušení pravidelného tvaru předlitku nebývá zpravidla důvodem k vyřazování a zmetkování, avšak vzniká větší odpad při dalším zpracování. Porušení tvaru je zpravidla způsobeno příslušným ferrostatickým tlakem, nedostatečným nebo nerovnoměrným chlazením a nedodržením souososti opěrných a vodících válců. Někdy se rovněž tyto vady připisují vysokému obsahu vodíku v oceli. Vznik vydutí obdélníkového nebo čtvercového průřezu předlitku je způsoben nedostatečnou podporou kůry proti účinkům ferrostatického tlaku. Konkávnost je deformací předlitku, která se přičítá nesprávnému způsobu sekundárního chlazení [9].



Obrázek 3.2: Průřez bramou s ukázkou vnitřní vady

Vznik trhlin způsobuje rovněž potíže s dalším zpracováním. Povrchové trhliny na vzduchu oxidují, a proto se vytvořené nové povrchy při válcování předlitku znovu nespojí. V případě, že nebudou z povrchu mechanicky odstraněny opracováním, povedou k vadám rovněž ve výsledném provalku. To samozřejmě ovlivňuje výnos operace plynulého odlévání. Vnitřní trhliny jsou sice oxidaci na vzduchu méně náchylné, mohou se však na povrch prorůst po dobu, kdy je ocel vystavena vyšší teplotní hladině, případně se mohou na povrch prolomit během válcování. Některé vnitřní trhliny se znovu zaplní tekutou ocelí, jiné zůstanou otevřeny. Pokud se v průchodu mezi válci nezacelí, zůstanou ve formě dutin i v dokončeném výrobku, kde významně ovlivňují únavové vlastnosti materiálu [27]. Mimo obtíží s dalším zpracováním a špatným vlivům na kvalitu materiálu přináší trhliny rovněž v nejhorším případě riziko průvalu, tedy havarijní situaci a odstávku ZPO. Sledování vlivů, které mohou trhliny způsobovat je tedy z hlediska optimálního řízení ZPO jedním z klíčových prvků.

## 3.2 Pevnost, tvárnost a tažnost oceli

Když je tekutá ocel lita do krystalizátoru, začne vznikat první utuhlá vrstva tzv. skořepina. Teplota, pod kterou začne ocel vykazovat pevnostní a tvárné vlastnosti, se nazývá teplota nulové pevnosti (angl. zero strength temperature (ZST)) a teplota nulové tvárnosti (angl. zero ductility temperature (ZDT)). Obrázek 3.3 ukazuje proložení experimentálně měřených dat pevnosti a tvárnosti oceli. Kolem těchto křivek je rovněž nízká mez pevnosti v tahu a téměř nulová tvárnost, což může i pro relativně malé tahové napětí způsobit vznik trhliny. Tvárnost oceli je závislá na její teplotě a existují teplotní intervaly, pro které je její hodnota malá, např. mikroslitinové oceli mají nejhorší tvárnost přibližně v teplotním pásmu 750 – 925 °C. Tření, dynamika taveniny, vznik napětí v tahu a oscilace krystalizátoru působí negativně na poměrně křehkou skořepinu. Když souhrn těchto napětí a namáhání překročí mez



Obrázek 3.3: Začátek pevnosti a tvárnosti oceli v rovnovážném diagramu [6]

pevnosti v tahu nebo tvárnost skořepiny, začínají se vyskytovat trhliny.

Poté co skořepina opustí krystalizátor a pohybuje se mezi válci v zóně sekundárního a terciárního chlazení, je vystavena velkému kolísání teplot, které způsobují změnu fáze a další mikrostrukturální změny ovlivňující její pevnost a tažnost. Je stále vystavena teplotním deformacím a mechanickému působení v důsledku ferrostatického tlaku, tažení, tření ve válcích, ohybu a rovnání. Všechny tyto účinky vedou ke složitým napěťovým poměrům, které způsobují další deformaci skořepiny. To může vést k zeslabení povrchových vrstev, tvorbě trhlin a k jejich šíření. V nižších částech ZPO je proud taveniny ovládán teplotními a vztlakovými efekty roztoku, vyvolanými rozdíly v hustotě tekutého kovu, ke kterým došlo v důsledku mikrosegregací. Toto proudění vede k makrosegregacím a s nimi spřaženým vadám jako jsou porezita podél střednice, trhliny a nežádoucí změny vlastností [27].

Tažnost charakterizuje plastické vlastnosti materiálu a představuje trvalou relativní deformaci (v procentech). Lze jí definovat jako schopnost oceli po překročení meze kluzu se prodlužovat, aniž by docházelo k výraznému nárůstu napětí. Tažnost oceli za vyšších teplot je obvykle měřena tahovou zkouškou provedenou na ohřívaném vzorku, mnohdy vyrobeném přímo z plynule odlité bramy, která se provádí v inertní atmosféře až do lomu. Tažnost  $\psi$  [%] je pak určena porovnáním plochy průřezu lomu  $A_f$  s původní plochou průřezu  $A_o$  vztahem

$$\psi = \left(1 - \frac{A_f}{A_o}\right) \cdot 100. \tag{3.2}$$

Provedené tahové zkoušky odhalily, že existují tři identifikovatelné oblasti teplot, ve kterých má ocel sníženou tažnost a je proto náchylná k tvorbě trhlin (obr. 3.4).



Obrázek 3.4: Oblasti snížené tažnosti [6]

První se nachází pod teplotou solidu v intervalu 40 - 70 °C. S výjimkou příčných povrchových trhlin se téměř všechny trhliny v předlitcích z plynule odlévané oceli tvoří v této vysokoteplotní zóně nízké tažnosti. Přetvoření potřebné k lomu v této oblasti nízké tažnosti je velmi malé a pohybuje se mezi 0,2 - 0,3 %. Nízká tažnost je z metalografického hlediska způsobená přítomností tekutých povlaků vysegregovaných prvků (síra, fosfor), které způsobují vzájemné oddělování dendritů. Mechanismus vzniku trhlin v této oblasti je proto nazýván separace dendritů nebo také roztržení za tepla (angl. hot tearing). Poznatek, že se při plynulém odlévání oceli téměř všechny podélné trhliny tvoří ve známém teplotním intervalu, je velmi důležitý. Pozice trhlin vůči povrchu totiž poskytuje informaci o tloušťce ztuhlé skořepiny v době, kdy se trhlina tvořila. Ze znalosti rozložení teplot v předlitku plyne, že všechny povrchové podélné trhliny se tvoří především v krystalizátoru, kdežto podpovrchové trhliny se tvoří pod krystalizátorem, kde je tloušťka ztuhlé skořepiny silnější.

Druhá zóna nízké tažnosti se objevuje v rozsahu teplot 800 - 1200 °C. Tato ztráta tažnosti významně závisí na poměrném obsahu manganu a síry a na teplotní historii oceli. Nepotvrdilo se však, že by tato nízká tažnost, která je výsledkem precipitace sulfidů na hranicích zrn, významně přispívala k tvorbě trhlin při plynulém odlévání oceli.

Třetí zóna nízké tažnosti se nalézá v teplotním rozsahu 700 - 900 °C a je důležitým faktorem při tvorbě příčných trhlin. Tažnost v tomto teplotním rozsahu je snižována rostoucím obsahem hliníku, dusíku, niobu a vanadu. Ztráta tažnosti je v tomto případě spojena s vylučováním nitridů a karbonitridů na hranicích zrn.

Z uvedeného textu vyplývá, že ocel, u níž by bylo možno očekávat, že bude za vysokých teplot tažná, je ve skutečnosti značně náchylná k tvorbě trhlin. Má-li být zabráněno tvorbě trhlin, je potřeba zacházet s právě tuhnoucí skořepinou s náležitou péčí [27].

### 3.3 Vliv technologických parametrů ZPO

Vlivů a faktorů ovlivňujících vznik a šíření vad je v procesu plynulého lití celá řada. Jejich přesný vztah vzhledem k tvorbě trhlin a necelistvostí není přesně definován. Přesto v obecné rovině můžeme v literatuře nalézt základní vlivy primární a sekundární chladící zóny na výslednou kvalitu oceli [6], [20].

#### Vliv primárního chlazení

Podmínky prvotního tuhnutí oceli v krystalizátoru a jeho technický stav mají vliv na možný vznik mnoha typů trhlin, zvláště pak na tvorbu podélných povrchových trhlin na stěně i v rozích předlitku. V krystalizátoru je předlitek zvláště náchylný ke vzniku trhlin povrchových, neboť v blízkosti menisku oceli je povrchová teplota utuhlé kůry velmi vysoká. Tvorba mezery mezi stěnou krystalizátoru a předlitkem vytváří největší tepelný odpor při odvodu tepla z licí kůry do chladicí vody krystalizátoru (obr. 1.10), což představuje nerovnoměrný odvod tepla. Rovněž má na rovnoměrnost přestupu tepla vliv oscilace krystalizátoru, tedy tvorba oscilačních vrásek. Z výše uvedených poznatků a mnohých zkušeností s odléváním předlitků na konkrétních ZPO je možno v poněkud obecné rovině uvést, že špatný stav krystalizátoru a další chyby technologie odlévání v primární oblasti ovlivňují zásadně povrchovou kvalitu předlitku a mohou tedy vyvolávat vady uvedené v tabulce 3.1.

### Vliv sekundárního chlazení

V sekundárním chlazení je odvod tepla z předlitku zajišťován v největší míře přímým ostřikem jeho povrchu. Intenzita a rovnoměrnost chlazení zásadně určují tvorbu primární licí struktury předlitku a případný vznik vad v této struktuře. V některých případech může způsobovat další rozvoj vad, zvláště povrchových trhlin, iniciovaných v licí kůře již v krystalizátoru. Intenzita ostřiku povrchu předlitku v sekundárním chlazení má rozhodující vliv na průběh teplotního gradientu v již utuhlé licí kůře, a tedy i na vznik tepelných napětí v ní. Z pohledu kvality produktu a zároveň potřeby účinného sekundárního chlazení, zajišťujícího růst a tvorbu dostatečně silné licí kůry a utuhnutí celého průřezu předlitku v požadované vzdálenosti od krystalizátoru, je nutno respektovat některé základní požadavky na intenzitu chlazení. Ty jsou však někdy více či méně v protikladu. Pro získání bezchybné licí struktury předlitku je pak dále nutno zajistit co největší rovnoměrnost chlazení. Při chybné funkci jednotlivých technologických parametrů sekundární zóny je pravděpodobný vznik a výskyt typů vad uvedených v tabulce 3.1.

### Vliv stavu licího stroje

Samotný technický stav ZPO pak zásadně ovlivňuje výslednou kvalitu materiálu, pro kterou je nezbytná ustálenost podmínek lití po celou dobu tavby. U mechanického stavu krystalizátoru jde především o kónicitu jeho pracovních desek, stav oscilačního mechanizmu, systémy řízení hladiny oceli a další. V sekundární zóně jde o mechanické opotřebení vodících válců a jejich souosost. Rovněž zanesení systému trysek přispívá k nerovnoměrnému chlazení a tím rovněž přispívá k tvorbě vad. Na rozdíl od odlévání předlitku kruhového nebo čtvercového průřezu je u odlévání předlitku obdélníkového průřezu stěžejním problémem vnitřní kvality stav licího stroje v blízkosti místa konečného tuhnutí průřezu předlitku. Vyborcení široké strany předlit-

ku v tomto úseku je základní příčinou všech středových vad. Z toho pak vyplývá mimořádná důležitost stavu opěrných elementů (vodících válců) licího stroje v této oblasti [20].

Primární chlazení	
Hladina oceli v krystalizá-	podélné povrchové trhliny, příčné vborcení
toru	
Licí prášek	všechny typy povrchových trhlin, vady na povrchu předlitku,
	vměstky
Malá konicita	podélné rohové trhliny, vyborcení úzké strany, podélné povrchové
	trhliny
Velká konicita	příčné povrchové trhliny
Deformace, zborcení, opo-	kosoúhlost, rohové trhliny, podélné lokální vborcení, podélné
třebení krystalizátoru	a příčné povrchové trhliny
Oscilace	všechny typy povrchových trhlin, oscilační vrásky, vady na
	povrchu předlitku
Strhávání mědi	hvězdicovité trhliny
Nerovnoměrné chlazení	podélné povrchové trhliny
Sekundární chlazení	
Intenzivní sekundární	mezilehlé trhliny, podélné lokální vborcení, příčné povrchové
chlazení	trhliny, hvězdicovité trhliny
Měkké sekundární chlaze-	všechny středové vady, vnitřní rohové trhliny, vyborcení úzkých
ní	stran, trhliny v trojném bodě, vyborcení širokých stran
Nerovnoměrné sekundární	mezilehlé trhliny, příčné povrchové trhliny, příčné povrchové ro-
chlazení	hové trhliny, vyborcení širokých stran, prohnutí hvězdicovité
	trhliny
Sekundární chlazení pod	podélné vborcení, podélné mezilehlé trhliny
krystalizátorem	
Reohřev	mezilehlé trhliny, příčné povrchové trhliny

Tabulka 3.1: Příčiny vad vlivem chybného primárního a sekundárního chlazení [20]

## 3.4 Řízení kvality předlitku

Jak plyne z přehledu a rozboru vzniku různých vad, nejvýznamnější parametry odlévání na ZPO jsou ty, které souvisí s odvodem tepla z předlitku. Vznik trhlin a bublin různých typů je způsoben teplotními a napjatostními pochody. Můžeme tedy říct, že správným řízením procesu plynulého lití jsme schopni některé vady minimalizovat a některé dokonce eliminovat. Například udržením vyšší teploty předlitku do místa rovnání nám pomůže zmenšit hodnotu napětí. Rovněž pokles teplot ve směru lití by měl být nerostoucí, tedy např. bez výraznějšího zpětného ohřevu povrchu. Obecně lze konstatovat, že náhlé ochlazení povrchu vede k tahovým přetvořením na povrchu a tlakovým přetvořením v blízkosti fronty tuhnutí. Naopak znovuohřátí povrchu (např. v důsledku snížení odvodu tepla) způsobuje tlaková přetvoření na povrchu a tahová přetvoření v blízkosti fronty tuhnutí. Vzniklá skořepina by měla být tenká a homogenní. Ustálenost procesu plynulého lití bude mít na kvalitu kladný efekt. Stejně tak rovnoměrné chlazení tryskami na povrch předlitku. Předcházet však např. rohovým trhlinám je velice obtížné, protože odvod tepla v rozích předlitku probíhá rychleji.

Požadavky na vysokou kvalitu výroby jdou však proti požadavkům výrobců na zvyšování produktivity. Zvyšování licí rychlosti má totiž negativní vliv na kvalitu oceli, např. zvýšená turbulence taveniny v krystalizátoru, intenzivnější chlazení potom zvyšuje teplotní gradienty

v předlitku a teplotní napětí, aj. Zde je tedy nutno učinit takový kompromis, aby se dosáhlo maximální možné produktivity při zachování kvality v dohodnuté toleranci.

Plynulé odlévání oceli je z fyzikálního hlediska sdružený teplotně-mechanický nestacionární problém (angl. coupled thermo-structural problem). Tento problém je popsán parciálními diferenciálními rovnicemi, které obsahují teplotní i mechanické stupně volnosti. Teoreticky se tyto dvě skupiny stupňů volnosti oboustranně vzájemně ovlivňují. Znamená to tedy, že rozložení teplot ovlivňuje mechanickou odezvu kontinua a naopak mechanické charakteristiky kontinua ovlivňují rozložení teplot. Avšak vzhledem k poměrně malým rychlostem deformace, ke kterým v průběhu procesu plynulého odlévání oceli dochází, lze na technické úrovni rozlišitelnosti zavést předpoklad, že v průběhu procesu plynulého odlévání oceli nebudou mechanické děje podstatně ovlivňovat rozložení teplot. Za tohoto předpokladu lze teplotní a mechanické děje od sebe oddě-lit s tím, že teplotní děje jsou považovány za primární a svým působením sekundárně ovlivňují mechanické děje ve vznikajícím polotovaru. Teplotní působení se v mechanickém účinku projeví dvojím způsobem, a to proměnností mechanických vlastností materiálu v důsledku jejich teplotní závislosti a teplotní dilatací materiálu [27].

Základním článkem systému na sledování a řízení kvality sochorů a bram je výpočetní model tepelných pochodů po celé délce předlitku, viz kapitola 4. Mezi další často užívané modely můžeme zařadit algoritmy počítající fázový diagram, algoritmy na výpočty termo-fyzikálních vlastností (tepelná vodivost, hustota, entalpie, atd.) závislé na teplotě, model teplotního napětí, optimalizační modely k řízení ZPO, viz kapitola 6, modely na predikci kvality [20] a další.

# KAPITOLA 4

# Matematický model teplotního pole

Vysoká cena experimentálních zkoušek a obtížnost jejich provedení za provozu ZPO vede výrobce k používání všech dostupných modelovacích nástrojů pro projektování ZPO, odstraňování poruch, řešení nestandardních situací a pro optimalizaci procesu. Jednou možností je využití fyzikálního modelování jako je například použití vodních modelů simulujících tekutou ocel, což umožňuje pochopení procesu proudění taveniny [6]. Komplexnost procesu plynulého lití, které obsahuje mechanické, materiálové a termo-fyzikální problémy, však modelování velice stěžuje. Výrazným nástrojem je, díky rozvoji výpočetní techniky (software a hardware) a numerických metod [54], [93], matematické modelování [66], [83]. Tyto modely potom umožňují navrhnout konstrukci ZPO, optimalizovat řízení procesu, predikovat a minimalizovat počet vad a další [1], [8], [21], [25], [30], [49], [62], [78], [88], [A27]. Nicméně, vzhledem ke všem parametrům ovlivňujícím proces je nereálné navrhnout výpočetní model, který by všechny zahrnoval. Je tedy nezbytné učinit rozumný předpoklad a záměrně zanedbat ty parametry, které mají na proces plynulého lití menší vliv. Protože od utváření teplotního pole se odvíjí jak mechanické tak strukturální vlastnosti, můžeme vlivy přenosu tepla a hmoty pokládat za rozhodující [78]. V textu se tedy budeme výhradně zabývat modelem teplotního pole, což je s hlediska termokinetiky nestacionární třírozměrný přenos tepla a hmoty s fázovými a strukturálními přeměnami.

Modely pro predikci rozložení teplot, růstu utuhlé kůry a výpočtu metalurgické délky jsou založeny na řešení Fourierovy-Kirghoffovy rovnice [6], [78]

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \rho(T)c(T) \ T \right] = \nabla \left[ \lambda(T)\nabla T \right] + \mathbf{v}\nabla \left[ \rho(T)c(T) \ T \right] + \dot{Q}, \tag{4.1}$$

kde  $\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$  je nabla operátor,  $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]$  [m/s] je vektor rychlostí a  $\dot{Q}$  [W/m<sup>3</sup>] je člen zahrnující zdroj skupenských tepel fázové přeměny nebo strukturálních přeměn. Výsledkem řešení rovnice je potom teplota jako funkce času a polohy, tedy  $T(x, y, z, \tau)$ . Předpokladem, že ze všech druhů přenosu tepla je rozhodující vedení, můžeme v rovnici (4.1) uvažovat konstantní složku rychlosti pouze ve směru pohybu předlitku strojem  $v_z$ 

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \rho(T)c(T) \ T \right] = \nabla \left[ \lambda(T)\nabla T \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ v_z \ \rho(T)c(T) \ T \right] + \dot{Q}. \tag{4.2}$$

Tepelná vodivost  $\lambda(T)$  [W/mK] je u heterogenních materiálů rozdílná podle směru. V praxi se však většinou uvažuje kvůli zjednodušení výpočtu materiál homogenní a rovnici (4.2) můžeme přepsat na tvar

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \rho(T)c(T) \ T \right] = \lambda(T)\Delta(T) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ v_z \ \rho(T)c(T) \ T \right] + \dot{Q}, \tag{4.3}$$

kde  $\Delta \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$  je Laplaceův operátor. Rovnice (4.2) je napsána v kartézském

souřadném systému. Pro radiální ZPO je vhodné tuto rovnici pro zakřivenou část ZPO transformovat do cylindrických souřadnic

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \rho(T)c(T) \ T \right] = \lambda(T)\Delta(T) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{1}{r} v_z \ \rho(T)c(T) \ T \right] + \dot{Q}, \tag{4.4}$$

kde  $\Delta(T) \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ . Poslední člen rovnic (4.1) - (4.4) můžeme vyjádřit pomocí podílu pevné fáze a latentního tepla

$$\dot{Q} = \rho(T) L \frac{\partial f_s}{\partial \tau}.$$
(4.5)

Lze však předpokládat, že  $f_s$  je proměnná pouze s teplotou v mushy zóně, tedy rovnici přepíšeme na tvar

$$\dot{Q} = \rho(T) L \frac{\partial f_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \tau}.$$
(4.6)

### 4.1 Počáteční podmínka a podmínky okrajové

Řešení rovnic (4.1) - (4.4) je silně závislé na fyzikálních podmínkách na okrajích média a na podmínkách, při kterých se médium nachází v počátečním čase výpočtu [10], [63]. Počáteční podmínka se dá charakterizovat vztahem

$$T(x, y, z, \tau = 0) = T_p(x, y, z),$$
(4.7)

což popisuje rozložení teploty napříč výpočetní doménou. Často se zadává konstantní v celé doméně, např. v případě plynulého lití se uvažuje její hodnota rovna licí teplotě  $T_p(x, y, z) = T_{casting}$ .

Nejběžnější druhy okrajových podmínek vyskytující se v přenosu tepla jsou zahrnuty v tabulce 4.1 [63]. Ukazují situaci na povrchu x = 0 pro 1-D model. První podmínka popisuje situaci, kdy je na povrchu předepsána teplota, která může být udržována na konstantní hodnotě  $T_{surf}$ nebo se její hodnota může v čase měni<br/>t $T_{surf}(\tau).$ Většinou je tato podmínka nazývána podmínkou Dirichletovou nebo podmínkou prvního druhu. Pro výpočet se může použít např. experiment, kdy je na povrchu přichycen termočlánek zaznamenávající aktuální teplotu [10]. Druhá podmínka odpovídá případu známého tepelného toku na povrchu. Stejně jako v prvním případě může být jeho hodnota v čase konstantní  $\dot{q}_{surf}$  nebo proměnná  $\dot{q}_{surf}(\tau)$ . Podmínka je označována jako podmínka Neumannova nebo podmínka druhého druhu. Tato podmínka může být měřena speciálními senzory, obvykle osazenými dvojicí termočlánků umístěnými ve směru toku. Tepelný tok potom vychází z gradientu naměřených teplot [10]. Speciálním případem je tzv. adiabatická stěna kdy je tepelný tok na povrchu roven nule  $\dot{q}_{surf} = 0$ . Tato podmínka je použita v případě izolace povrchu speciálním tepelně izolačním materiálem, nebo pro případ symetrické domény, kdy je v ose symetrie nulový teplotní gradient. Třetí okrajová podmínka souvisí s případem, kdy je povrch obtékán jiným médiem s rozdílnou teplotou  $T_{\infty}$  resp.  $T_{\infty}(\tau)$  a dochází k ochlazování, resp. ohřevu povrchu. Nejčastěji je označována jako okrajová podmínka třetího druhu nebo podmínka Newtonova (Robinova). Do podmínky třetího druhu můžeme rovněž zahrnout složku radiace. Konvekce může být buď přirozená, způsobená pouze teplotním gradientem mezi médii, nebo nucená, např. chladicím zařízením (ventilátor, chladící tryska, aj.). Rozdíl mezi nucenou a přirozenou konvekcí se projevuje v hodnotě součinitele přestupu tepla, který má rozhodující vliv na intenzitu ochlazování, resp. ohřevu. Pro zjednodušené výpočty se uvažuje jeho hodnota konstantní, ale ve skutečnosti je jeho hodnota silně ovlivněna povrchovou teplotou  $htc(T_{surf})$ . Na experimentální měření součinitele přestupu tepla je používá např. tzv. inverzní metoda [4], [28], [63], kdy je co nejblíže k chlazenému povrchu přichyceno několik termočlánků. Inverzně



 $\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=\xi} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=\xi} + \rho_2 L \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}\tau}$ 



37

T(n, τ)

**→** *x* ξ

se potom hledá hodnota a rozložení součinitele přestupu tepla pro změřené teploty (příloha C). Okrajová podmínka čtvrtého druhu nastává při kontaktu dvou těles s různými tepelnými vodivostmi. Tento kontakt může být buď dokonalý, kdy obě tělesa mají v ploše styku stejnou teplotu, nebo nedokonalý, kdy se mezi tělesy nachází konstantní tepelný odpor R. Měrný tepelný tok z jádra tělesa 1 o tepelné vodivosti  $\lambda_1$  na stykovou rovinu obou těles je roven tepelnému toku ze stykové roviny do jádra tělesa 2 s vodivostí  $\lambda_2$ . Poslední okrajová podmínka označována jako podmínka pátého druhu se uplatňuje v případě, kdy při procesu ochlazování nebo ohřevu dojde k fázové přeměně látky a ke změně polohy pásma přeměny s časem. Pásmo fázového rozhraní se pohybuje rychlostí  $w_s = \frac{d\xi}{d\tau}$ , kde  $\xi$  je souřadnice rozhraní. Podmínka pátého druhu je vlastně rozšířením podmínky čtvrtého druhu, kde index 1 označuje tuhou fázi a index 2 fázi tekutou.

Okrajové podmínky pro výpočet teplotního pole předlitku jsou popsány rovnicemi [78], [88], [A15]

$$T = T_{casting}$$
hladina oceli (na začátku ZPO)  

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$
rovina symetrie a v místě konce ZPO  

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \dot{q}$$
v krystalizátoru a místě styku předlitku s válci  

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = htc (T_{\infty} - T_{surf}) + \sigma \varepsilon (T_{\infty}^{4} - T_{surf}^{4})$$
v sekundární a terciární zóně  
(4.8)

Pro tepelný tok  $\dot{q}$  v krystalizátoru můžeme použít některou z rovnic (1.9) - (1.13). U tepelného toku v místě dotyků s válci můžeme vyjít ze vztahu (1.16) nebo (1.27). Pro součinitele přestupu tepla v oblasti sekundární, resp. terciární zóny můžeme použít vztahy (1.20) - (1.26). Emisivita je vyjádřena např. vztahy (1.17) a (1.18).

### 4.2 Termo-fyzikální vlastnosti oceli

Z rovnic (4.1) - (4.4) je zřejmé, že jejich výsledek je přímo ovlivněn termofyzikálními vlastnostmi daného materiálu. Tyto vlastnosti jsou závislé na teplotě, proto výpočet komplikují [6], [A1], [A3], [A23].

Tepelná vodivost  $\lambda$  [W/mK] charakterizuje schopnost látky vést teplo, ať je ve stavu pevném, kapalném, nebo plynném. V kapalinách nebo plynech uvažujeme o vedení jen v případě, že médium je v absolutním klidu. Tepelná vodivost kovů je ve srovnání s jinými látkami velká. S rostoucí teplotou její velikost obvykle klesá. K přímému měření tepelné vodivosti při různých teplotách a pro různé materiály se používá celá řada měřících technik. Základním dělením je měření při stacionárních nebo nestacionárních podmínkách. Ty jsou založeny na měření tepelného toku pomocí termočlánků nebo metod využívající laserové pulzy. Pokud nemáme k dispozici hodnoty experimentů, můžeme použít na výpočet tepelné vodivosti pro ocel regresní vztah [78]

$$\lambda(T) = 58,676491 + T \left[ -0,051443 + T \left( 2,320847 \cdot 10^{-5} + T \left( -9,405061 \cdot 10^{-11} \right) \right) \right].$$
(4.9)

V úvodu kapitoly je zdůrazněno, že hlavním přenosem tepla v procesu plynulého lití je přenos tepla vedením. Nicméně konvekce tekutého jádra se projevuje především změnou vodivosti, proto se často místo vodivosti dosazuje do rovnic tzv. efektivní tepelná vodivost (angl. effective thermal conductivity)  $\lambda_{eff}$ , která zahrnuje pohyb částic média v oblasti tekuté fáze a mushy zóny. Její hodnota může být aproximována lineárním vztahem [48]

$$\lambda_{eff}(T) = \lambda_s(T)f_s + A\lambda_l(T)\left(1 - f_s\right),\tag{4.10}$$

kde  $\lambda_s(T)$  a  $\lambda_l(T)$  je vodivost pevné respektive tekuté fáze.  $f_s$  je opět podíl pevné fáze v oblasti mushy zóny. A je konstanta, která se pohybuje mezi 1 - 8, např. podle literatury [88] je A = 7. Určit však tuto hodnotu přesně je obtížné, protože závisí na typu ZPO, a je rozdílná v oblasti krystalizátoru a oblasti sekundární zóny v závislosti na pohybu a turbulenci taveniny. Korektnější je uvažovat její změnu v závislosti na vzdálenosti od hladiny oceli v krystalizátoru  $A_z$ . Uvažování efektivní tepelné vodivosti bude demonstrováno v kapitole 5.4.

Hustota  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] je podíl hmotnosti daného objemu a jeho velikosti. Hustota homogenních materiálů se dá určit podle vztahu  $\rho = \frac{m}{V}$ . Pro materiál obsahující více složek můžeme použít vztah  $\rho = \frac{\sum M_i x_i}{V_m}$ , kde  $M_i$  [kg/mol] je molární hmotnost,  $V_m$  [m<sup>3</sup>/mol] je molární objem a  $x_i$  objemový zlomek komponenty *i*. Metod měření hustoty materiálu je několik, např. metoda hydrostatická (spočívající ve dvojím vážení tělesa), metoda pyknometrická (pro drobná tělesa), měření hustoměrem (aerometrem) a další. Při procesu lití však dochází ke smršťování materiálu a hustota se mění s teplotou. Na její hodnotu jako funkci teploty můžeme použít pro ocel regresní vztah [78]

 $\rho(T) = 7,870498 \cdot 10^3 + T \left[ -0,448171 + T \left( 2,642733 \cdot 10^{-4} + T \left( -1,550589 \cdot 10^{-7} \right) \right) \right].$ (4.11)

Měrná tepelná kapacita c [J/kgK] vyjadřuje množství tepla potřebného k ohřátí 1 kilogramu látky o 1 kelvin. Dá se vyjádřit pomocí vztahu  $c = \frac{Q}{m\Delta T}$ . Máme-li směs složenou z více druhů látek o hmotnostech  $m_1, m_2, \ldots, m_n$  a měrných tepelných kapacitách  $c_1, c_2, \ldots, c_n$ , pak výsledná měrná tepelná kapacita směsi je  $c = \frac{m_1c_1+m_2c_2+\ldots+m_nc_n}{\sum m_i}$ . U všech látek se s klesající teplotou měrná tepelná kapacita zmenšuje, tedy ve výpočtu je nutné zahrnout její závislost na teplotě. U plynů rovněž její hodnota závislá na tlaku a na podmínkách, při kterých dochází k předávání tepla. Měřit měrnou tepelnou kapacitu můžeme pomocí kalorimetru (kalorimetr je dobře tepelně izolovaná nádoba, ve které lze zkoumané látce dodat množství tepla). Z běžných látek má největší měrnou tepelnou kapacitu voda ( $c \cong 4180$  [J/kgK] za běžných podmínek). Pro výpočet měrné tepelné kapacity oceli v závislosti na teplotě můžeme použít regresní vztah [78]

$$c(T) = 392,035678 + T \left[ 1,12188 + T \left[ (-1,163574 \cdot 10^{-3} + T \left( 3,785874 \cdot 10^{-7} \right) ) \right] \right].$$
(4.12)

### 4.3 Program IDS

Použití regresních vztahů (4.9) - (4.12) nám dává pouze přibližný odhad termofyzikálních parametrů. Jejich shoda s reálnými hodnotami je dána konkrétním chemickým složením oceli. Tyto rovnice tedy nemůžeme pro výpočet teplotního pole obecně používat. Další možností je využití experimentálních laboratorních měření. Tato měření jsou ale většinou založena na měření velmi malých vzorků a jsou značné nákladná. Pro výrobce oceli by bylo velice nákladné díky širokému sortimentu experimentálně měřit všechny odlévané značky. Na výpočet termo-fyzikálních vlastností v dnešní době existují výpočetní software, které numericky počítají segregační a strukturální pochody. V této práci byl na výpočet termofyzikálních vlastností pro dané chemické složení použit finský software IDS. Ten vznikl již v roce 1984 ve finské laboratoři metalurgie Technické univerzity v Helsinkách. IDS je založen na kombinaci empirického přístupu a fyzikálních modelů. Model počítá parametry jako je hustota, tepelná vodivost, měrná tepelná kapacita, viskozita, entalpie, teplotu likvidu a solidu, aj. Jeho výsledky byly experimentálně ověřovány na mnoha druzích ocelí s různým chemickým složením a byla dosažena dobrá shoda. První verze tohoto programu byla komerčně nabídnuta na trh v roce 1997 pro operační systém DOS. Později vznikaly další verze. Více o programu IDS je dostupné v [53].

Na ověření numerického modelu teplotního pole bylo vybráno jedenáct značek ocelí s různým chemickým složením viz tabulka 4.2. Jde o vybrané značky odlévané firmou EVRAZ VÍTKOVI-

CE STEEL, a.s. za rok 2011. Klíčem k výběru značek byla především frekvence lití (množství dat) a obsah uhlíku v oceli, nízko- (< 0.25 wt%) a středně-uhlíkaté (0.3 - 0.6 wt%).

Průběhy tepelné vodivosti, měrné tepelné kapacity, hustoty a objemové entalpie jsou pro vybrané oceli na obrázcích 4.1 - 4.3 a souhrnně pak v příloze A. Z průběhů je vidět výrazně nelineární závislost termofyzikálních vlastností na teplotě, především pak při teplotách, kdy dochází ke změně struktury oceli. Rovněž je zřejmá závislost termofyzikálních vlastností na chemickém složení oceli.

Pro označení ocelí je použito interní označení firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Např. ocel s označením 11378 odpovídá oceli podle EN ISO S235J0.

Třída oceli	$\mathrm{C}\mathrm{wt}\%$	${ m Siwt\%}$	${ m Mnwt\%}$	${ m Crwt\%}$	m Niwt%	${ m Mowt\%}$	${ m Cuwt\%}$	$\mathrm{Alwt\%}$	
11378	0,1102	0,2391	0,3854	0,0533	0,0229	0,0323	0,0403	0,0047	
11503	0,1657	0,3216	$0,\!1382$	0,0621	0,0269	0,0061	0,0609	0,0317	
11523	0,1864	0,3722	1,4692	$0,\!0579$	0,0249	0,0050	0,0500	0,0333	
21425	0,0974	0,2365	$0,\!6773$	0,0585	0,0208	0,0049	0,0396	0,0326	
21728	0,1674	0,3571	1,4297	0,0583	0,0261	0,0055	0,0462	0,0320	
31081	0,1513	0,2474	0,9448	0,0603	0,0240	0,0046	0,0533	0,0307	
31088	0,1769	0,1989	1,3846	0,0676	0,0300	0,0061	0,0572	0,0313	
31461	0,1651	0,1972	0,6973	0,0603	0,0269	0,0055	0,0511	0,0326	
31742	0,1650	0,3568	1,3740	0,0557	0,0274	0,0047	0,0523	0,0332	
32963	0,4582	0,3522	0,7309	0,0500	0 0,0235 0,0048		0,0402	0,0386	
33902	0,1689	0,2413	0,9465	0,0667	0,0280	0,0057	0,0557	0,0306	
Třída oceli	Nb wt%	Tiwt%	V wt%	Bwt%					
11378	0,0009	0,0022	0,0033	0,0000					
11503	0,0248	0,0027	0,0031	0,0008					
11523	0,0007	0,0029	0,0028	0,0008					
21425	0,0002	0,0017	0,0035	0,0000					
21728	0,0015	0,0034	0,0038	0,0009					
31081	0,0009	0,0019	0,0021	0,0005					
31088	0,0007	0,0018	0,0262	0,0006					
31461	0,0003	0,0019	0,0041	0,0000					
		0.0000	0.0000	0.0007					
31742	0,0161	0,0026	0,0033	0,0007					
31742 32963	0,0161 0,0006	0,0026	0,0033	0,0007					

Tabulka 4.2: Chemické složení pro vybrané oceli



Obrázek 4.1: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli 11378



Obrázek 4.2: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli 21425

# 4.4 Modelování fázové přeměny

V numerickém modelování plynulého lití oceli je nezbytné zahrnout fázovou přeměnu do výpočtového modelu. V průběhu let bylo vyvinuto několik způsobů simulace fázové přeměny. Většinou jsou ale použity na 1-D geometrii a jsou omezeny na konkrétní okrajové podmínky. Nemohou být proto zobecněny na složitější vícedimenzionální modely. V tomto textu jsou představeny tři nejběžnější metody, jejich výhody a nevýhody. První z nich rozdělí doménu podle fází a počítá tyto fáze odděleně, zatímco další dvě metody jsou založeny na konceptu aproximovat řešení bez rozdělení problému na jednotlivé podoblasti. Tím se počítá pomocí jedné rovnice celá prostorová doména problému (pevná fáze, tekutá fáze i mushy zóna).

Metoda sledování hranice (angl. front tracking method) je taková metoda, při které se sleduje pozice hranice mezi pevnou-tekutou fází, popř. pevnou-mushy-tekutou fází. Tato hranice



Obrázek 4.3: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli 32963

se v závislosti na čase pohybuje normálovou rychlostí určenou teplotním gradientem  $\lambda_S \frac{\partial T_S}{\partial n} - \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial n} = LV_n$  [47]. Tato metoda odstraňuje oscilace způsobené prudkou změnou parametrů na hranici a umožňuje dosáhnout přesnějšího řešení. Především v případě, kdy není použita pevná výpočetní síť a může se měnit v závislosti na poloze hranice. Nicméně, tato metoda je obtížně aplikovatelná pro výpočty ve více dimenzích a časově výpočtově náročná.



Obrázek 4.4: Metoda sledování sítě [47]

Akumulace latentního tepla (angl. latent heat accumulation) nebo také metoda entalpie (angl. enthalpy method) je postup, při kterém je do rovnic (4.1) - (4.4) dosazena funkce objemové entalpie H(T) [J/m<sup>3</sup>] [58], [63], [77] podle vztahu

$$H(T) = \int_0^T \left[ \rho(\xi)c(\xi) - \rho(\xi)L\frac{\partial f_s}{\partial T} \right] \mathrm{d}\xi, \qquad (4.13)$$

ze kterého úpravou dostaneme výraz

$$H(T) = \int_0^T \rho(\xi) c(\xi) \,\mathrm{d}\xi + \rho(T)(1 - f_s)L.$$
(4.14)

Pro jednotlivé fáze má objemová entalpie tvar

$$H = \begin{cases} \rho(T)c(T)T, & T \leq T_S \\ \rho(T)(c(T)T + (1 - f_s)L), & T_S < T < T_L \\ \rho(T)(c(T)T + L). & T \geq T_L \end{cases}$$
(4.15)

Dosazením do rovnic (4.3) - (4.4) dostaneme

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = \lambda(T)\Delta(T) + v_z \frac{\partial H}{\partial z}, \qquad (4.16)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = \lambda(T)\Delta(T) + v_z \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial \varphi}.$$
(4.17)

Při této metodě je entalpie primární proměnná, zatímco teplota je dopočítávána podle vztahů (4.15). Díky tomu je tato metoda použitelná v případě explicitní Eulerovy formule, kdy se teplota dopočítává z entalpie obdržené v minulém časovém kroku. Jsme tedy limitováni délkou časového kroku závislou na jemnosti sítě, vycházející ze stability explicitní metody. V případě implicitní Eulerovy formule je metoda entalpie obtížně aplikovatelná a její použití by vzhledem k náročnosti řešení implicitně zadané soustavy rovnic nepřineslo žádné větší výhody. Z hlediska přesnosti řešení přináší metoda entalpie dobrou shodu s výsledky analytického řešení (pro jednoduché případy, kdy lze analytické řešení použít), ale trpí oscilacemi v místech lokálního zjemnění sítě a v blízkosti fázového přechodu [58].



Obrázek 4.5: Metoda entalpie [21]

*Efektivní tepelná kapacita* (angl. aparent heat capacity) je metoda, při které je vývin latentního tepla při změně fáze zahrnut do měrné tepelné kapacity  $c_{eff}$  [J/m<sup>3</sup>K]. Efektivní měrná tepelná kapacita se určí podle vztahu

$$c_{eff}(T) = \frac{\partial H}{\partial T} = \rho(T)c(T) - \rho(T)L\frac{\partial f_s}{\partial T}.$$
(4.18)

Dosazením do rovnic (4.3) - (4.4) dostaneme

$$c_{eff}(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda(T)\Delta(T) + c_{eff}(T)v_z\frac{\partial T}{\partial z}, \qquad (4.19)$$

$$c_{eff}(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda(T)\Delta(T) + c_{eff}(T)v_z \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \varphi}.$$
(4.20)

Oproti metodě entalpie používá metoda efektivní kapacity teplotu jako primární proměnnou, která se získá přímo z výpočtu, což eliminuje výkyvy způsobené používáním přístupu entalpie. Navíc se zde dá využít implicitní Eulerovy formule, která díky své stabilitě umožňuje libovolnou volbu časového kroku a tím zkrácení doby výpočtu [58]. Metoda efektivní tepelné kapacity má



Obrázek 4.6: Metoda efektivní tepelné kapacity [58]

však několik nevýhod. Vzhledem k silnému kolísání měrné tepelné kapacity v blízkosti teploty likvidu resp. solidu je složité zajistit energetickou bilanci při numerickém výpočtu. Z požadavku zápisu pro  $\frac{\partial f_s}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial T} \leq 0$  vyplývá, že  $c_{eff} \geq c$  (c vyjadřuje měrnou tepelnou kapacitu bez přítomnosti latentního tepla), což znemožňuje aby  $\frac{\partial f_s}{\partial \tau}$  nabýval jak kladných tak záporných hodnot požadovaných pro predikci rekalescence (zvýšení teploty během krystalizace kovu) [77].

U všech výše uvedených metod je u numerického výpočtu možná adaptivní modifikace sítě podle aktuální polohy hranice fázové přeměny. Tato modifikace umožňuje výpočet na hrubší síti, kde je použito zjemnění kolem hranice fázové přeměny v oblasti velkých teplotních gradientů. Tyto adaptivní modifikace jsou však vhodné spíše pro 1-D geometrie protože sledování a přepočítávání sítě je matematicky i výpočtově velice náročné.

## 4.5 Numerická formulace

V případě, že se nemůže použít při výpočtech analytických metod (jako je např. řešení Fourierovy-Kirchoffovy rovnice) je nutné použití metod numerických [6], [78]. Numerická formulace nebo také diskretizace je nahrazení spojitých proměnných konečným počtem diskrétních hodnot přiřazených ke konkrétnímu elementárnímu objemu nebo uzlu výpočetní sítě. Parciální diferenciální rovnice jsou tak aproximovány soustavou algebraických rovnic [63]. Diskretizačních metod je několik. V zásadě je můžeme rozdělit na metody síťové, kdy je pevně určena výpočetní sítř, ať už strukturovaná nebo nestrukturovaná a metody bezsíťové (angl. meshless), které umožňují snadné lokální zjemňování sítě [61]. Mezi síťovými metodami jsou nejznámější metody konečných diferencí (angl. finite difference method), metody konečných objemů (angl. finite volume method), metody konečných prvků (angl. finite element method), metody hraničních prvků (angl. boundary element method) a další [54], [63]. Mezi metody bezsíťové, které zaznamenaly v poslední době rozvoj, patří např. metoda pohybujících se částic (angl. moving particle method) [61]. Každá z uvedených metod má své výhody i nevýhody a hodí se pro různé aplikace.

V této práci bude použito strukturované sítě a blíže bude popsána metoda konečných diferencí.

### Metoda konečných diferencí

Metoda konečných diferencí nebo také metoda sítí je jednou z nejstarších a zároveň nejjednodušeji aplikovatelných metod diskretizace pro jednodušší geometrie [10], [54]. Výpočetní doména je pokryta sítí, v jejíchž uzlech počítáme jednotlivé proměnné. Přesnost výpočtu je dána počtem výpočetních uzlů. K aproximaci derivací je použit Taylorův rozvoj nebo proložení polynomem. Derivace v rovnicích (4.1) - (4.4) nahradíme diferencí (obr. 4.7) podle rovnice (4.21)



Obrázek 4.7: (a) Grafická interpretace derivace (b) Lokální a globální diskretizační chyba [10]

$$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x},\tag{4.21}$$

kde  $\Delta f$  je přírůstek funkce korespondující přírůstku proměnné  $\Delta x$ . Pro dostatečně malé  $\Delta x$  můžeme derivaci aproximovat výrazem

$$\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} \cong \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x},\tag{4.22}$$

Rovnici (4.22) lze také získat rozvojem do Taylerovy řady, ve které se zanedbají všechny členy druhého a vyšších řádů

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{2} (\Delta x)^2 \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \cdots .$$
(4.23)

První zanedbaný člen je  $(\Delta x)^2$ , proto je aproximační chyba jednoho kroku, které se dopouštíme, úměrná  $(\Delta x)^2$ . Avšak kumulovaná chyba po M krocích na vzdálenosti L je úměrná  $\Delta x$ , proto  $M\Delta x = \frac{L}{\Delta x} (\Delta x)^2 = L\Delta x$ . Tedy menší  $\Delta x$  znamená menší aproximační chybu (obr. 4.7) [10].

Volba souřadnic pro 3-D síť je na obrázku 4.8. K určení druhé derivace teploty ve směru osy x pro rovnice (4.3) - (4.20) v bodě (i, j, k) potom vyjádříme pomocí prvních derivací

$$\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{i-\frac{1}{2}} \cong \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} \qquad \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{i+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x_i},\tag{4.24}$$



Obrázek 4.8: Ukázka diskretizace sítě

tedy druhá derivace je rovna

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\Big|_i \simeq \frac{\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{i+\frac{1}{2}} - \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{i-\frac{1}{2}}}{\frac{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}}{2}} = \frac{\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x_i} - \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}}{\frac{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}}{2}}.$$
(4.25)

V případě ekvidistantní sít<br/>ě $\Delta x = \Delta x_i = \Delta x_{i-1}$ se situace zjednoduší a druhá derivace je nahrazena druhou centrální diferencí

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_i \cong \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{(\Delta x)^2}.$$

$$(4.26)$$

Pro souřadnici y a z je situace analogická. Pro nestacionární úlohu musíme rovněž provést diskretizaci časovou, kde je časová derivace nahrazena dopřednou diferencí podle rovnice

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} \simeq \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n}{\Delta \tau},\tag{4.27}$$

kde n je index označující aktuální časový okamžik a n+1 pro následující časový okamžik. Rovnice (4.3) a (4.4) diskretizované metodou sítí lze napsat v explicitním tvaru

$$\rho_{i,j,k}(T_{i,j,k}^{n})c_{i,j,k}(T_{i,j,k}^{n})\frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta \tau} = \lambda_{i,j,k}(T_{i,j,k}^{n})\left[QX + QY + QZ\right] + \rho_{i,j,k}(T_{i,j,k}^{n})c_{i,j,k}(T_{i,j,k}^{n})v_{z}\frac{T_{i,j,k-1}^{n} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta z_{k-1}} + \dot{Q}, \qquad (4.28)$$

$$\rho_{m,p,i}(T_{m,p,i}^{n})c_{m,p,i}(T_{m,p,i}^{n})\frac{T_{m,p,i}^{n+1} - T_{m,p,i}^{n}}{\Delta \tau} = \lambda_{m,p,i}(T_{m,p,i}^{n})\left[QR1 + QR2 + Q\Phi + QX\right] + \rho_{m,p,i}(T_{m,p,i}^{n})c_{m,p,i}(T_{m,p,i}^{n})v_{z}\frac{T_{m,p-1,i}^{n} - T_{m,p,i}^{n}}{r_{m}\Delta\varphi_{p-1}} + \dot{Q}, \quad (4.29)$$

kde

$$QX = \frac{\frac{T_{i+1,j,k}^{n} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta x_{i}} - \frac{T_{i,j,k}^{n} - T_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x_{i-1}}}{\frac{\Delta x_{i} + \Delta x_{i-1}}{2}} \qquad QR1 = \frac{T_{m,p,i}^{n} - T_{m-1,p,i}^{n}}{r_{m}\Delta r_{m-1}},$$

$$QY = \frac{\frac{T_{i,j+1,k}^{n} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta y_{j}} - \frac{T_{i,j,k}^{n} - T_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y_{j-1}}}{\frac{\Delta y_{j} + \Delta y_{j-1}}{2}} \qquad QR2 = \frac{\frac{T_{m+1,p,i}^{n} - T_{m,p,i}^{n}}{\Delta r_{m}} - \frac{T_{m,p,i}^{n} - T_{m-1,p,i}^{n}}{\Delta r_{m-1}}}{\frac{\Delta r_{m} + \Delta r_{m-1}}{2}},$$

$$QZ = \frac{\frac{T_{i,j,k+1}^{n} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta z_{k}} - \frac{T_{i,j,k}^{n} - T_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z_{k-1}}}{\frac{\Delta z_{k} + \Delta z_{k-1}}{2}} \qquad Q\Phi = \frac{\frac{T_{m,p+1,i}^{n} - T_{m,p,i}^{n}}{r_{m}\Delta \varphi_{p}} - \frac{T_{m,p,i}^{n} - T_{m,p-1,i}^{n}}{r_{m}\Delta \varphi_{p-1}}}{r_{m}\frac{\Delta \varphi_{p} + \Delta \varphi_{p-1}}{2}}.$$
(4.30)

Diskretizace rovnic (4.16) a (4.17), kde změnu fáze řešíme pomocí metody entalpie, vyjádříme v explicitním tvaru

$$H_{i,j,k}^{n+1} = H_{i,j,k}^n + \Delta \tau \lambda_{i,j,k}(T_{i,j,k}^n) \left[ QX + QY + QZ \right] + v_z \Delta \tau \frac{H_{i,j,k-1}^n - H_{i,j,k}^n}{\Delta z_{k-1}},$$
(4.31)

$$H_{m,p,i}^{n+1} = T_{m,p,i}^{n} + \Delta \tau \lambda_{m,p,i} (T_{m,p,i}^{n}) \left[ QR1 + QR2 + Q\Phi + QX \right] + v_{z} \Delta \tau \frac{H_{m,p-1,i}^{n} - H_{m,p,i}^{n}}{r_{m} \Delta \varphi_{p-1}}.$$
 (4.32)

Diskretizace rovnic se změnou fáze pomocí metody efektivní kapacity (4.19) a (4.20) v explicitním tvaru

$$c_{effi,j,k}(T_{i,j,k}^{n}) \frac{T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta \tau} = \lambda_{i,j,k}(T_{i,j,k}^{n}) \left[QX + QY + QZ\right] + v_{z} \frac{c_{effi,j,k-1}(T_{i,j,k-1}^{n})T_{i,j,k-1}^{n} - c_{effi,j,k}(T_{i,j,k}^{n})T_{i,j,k}^{n}}{\Delta z_{k-1}}, \qquad (4.33)$$

$$c_{effm,p,i}(T_{m,p,i}^{n}) \frac{T_{m,p,i}^{n+1} - T_{m,p,i}^{n}}{\Delta \tau} = \lambda_{m,p,i}(T_{m,p,i}^{n}) \left[QR1 + QR2 + Q\Phi + QX\right] + v_{z} \frac{c_{effm,p-1,i}(T_{m,p-1,i}^{n})T_{m,p-1,i}^{n} - c_{effm,p,i}(T_{m,p,i}^{n})T_{m,p,i}^{n}}{r_{m}\Delta\varphi_{p-1}}.$$
 (4.34)

Výrazy  $QX, QY, QZ, QR1, QR2, Q\Phi$  jsou definovány rovnicemi (4.30).

Stejně jako původní parciální diferenciální rovnice potřebovala vymezit okrajové podmínky (4.8), je třeba rovněž diskretizovanou rovnici doplnit o sadu okrajových podmínek. Diskretizované rovnice (4.28) - (4.34) můžeme použít pouze ve vnitřních uzlech, protože např. pro krajní uzel i = 0 resp. i = n, kde n je počet uzlů ve směru osy x, bychom museli do diferenčních rovnic dosazovat hodnoty proměnných pro uzel i = -1 resp. i = n + 1, které samozřejmě neznáme (obr. 4.9). Situaci pro krajní uzly je tedy třeba řešit zvlášť. Pro podmínku prvního druhu se v krajním uzlu i = 0 dosadí hodnota teploty, tedy

$$T_{0,j,k}^n = T_{surf}.$$
 (4.35)

Pro okrajovou podmínku druhého druhu použijeme aproximaci první centrální diferencí

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \cong -\lambda \frac{T_{-1,j,k}^n - T_{1,j,k}^n}{2\Delta x} = \dot{q}_{surf} \Longrightarrow T_{-1,j,k}^n = -\frac{2\Delta x \dot{q}_{surf}}{\lambda} + T_{1,j,k}^n.$$
(4.36)



Obrázek 4.9: Ukázka diskretizace okrajových podmínek pro osu x

Speciálním případem podmínky druhého druhu, tedy nulového toku vyjde teplotní bilance

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \cong -\lambda \frac{T^n_{-1,j,k} - T^n_{1,j,k}}{2\Delta x} = 0 \Longrightarrow T^n_{-1,j,k} = +T^n_{1,j,k}.$$
(4.37)

Poslední zajímavá okrajová podmínka potřebná pro výpočet teplotního pole předlitku je podmínka třetího druhu, jejíž diskretizace vypadá

$$\left. -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \cong -\lambda \frac{T_{-1,j,k}^n - T_{1,j,k}^n}{2\Delta x} = htc(T_{0,j,k}^n - T_{\infty}) + \sigma\varepsilon \left( (T_{0,j,k}^n)^4 - T_{\infty}^4 \right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow T_{-1,j,k}^n = -\frac{2\Delta x \left[ htc(T_{0,j,k}^n - T_{\infty}) + \sigma\varepsilon \left( (T_{0,j,k}^n)^4 - T_{\infty}^4 \right) \right]}{\lambda} + T_{1,j,k}^n.$$

$$(4.38)$$

Pro uzel i = n se situace řeší analogicky.

### Podmínky stability explicitní metody

Explicitní metoda je sice jednoduše použitelná, ale znamená nepříjemné omezení. Časový krok  $\Delta \tau$  je limitován svou velikostí. Velký časový krok může zapříčinit oscilace a divergenci řešení. Aby tento případ nenastal, musí časový krok splňovat podmínku vyjádřenou kritériem stability [10], [54]. Pro výpočet teplot v následujícím časovém kroku ve všech uzlech sítě i, j, k lze psát

$$T_{i,j,k}^{n+1} = a_{i,j,k}T_{i,j,k}^{n} + \dots$$

$$T_{i+1,j,k}^{n+1} = a_{i+1,j,k}T_{i+1,j,k}^{n} + \dots$$

$$\vdots$$

$$T_{i,j+1,k}^{n+1} = a_{i,j+1,k}T_{i,j+1,k}^{n} + \dots$$

$$\vdots$$

$$T_{i,j,k+1}^{n+1} = a_{i,j,k+1}T_{i,j,k+1}^{n} + \dots$$

$$\vdots$$

$$a_{i,i,k} \ge 0 \quad \forall i, j, k$$
(4.39)

Aby byla splněna podmínka stability, musí být koeficient<br/>y $a_{i,j,k}$  před členem  $T^n_{i,j,k}$  pro všechny uzl<br/>yi, j, květší nebo rovny nule [10]. Je tím naplněna i platnost druhého zákona termo<br/>mechaniky.

Pro jednorozměrný případ vedení tepla v tělese je kritérium stability pro vnitřní uzel

$$\Delta \tau_{\text{inside}} \le \frac{c\rho(\Delta x)^2}{2\lambda} = \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha},\tag{4.40}$$

kde  $\alpha = \frac{\lambda}{c\rho} [m^2/s]$  je teplotní vodivost (difuzivita). Situaci zde komplikuje teplotní závislost termofyzikálních parametrů a výpočet na neekvidistantní síti, které kritérium stability zahrnuje. Jeho výpočet při každé iteraci pro všechny body a následná změna časového kroku by byla značně náročná. Proto se často stanoví nejhorší možná délka časového kroku

$$\Delta \tau_{\text{inside}} \le \frac{\min_T \left\{ c(T)\rho(T) \right\} \min_i \left\{ (\Delta x_i)^2 \right\}}{2 \max_T \left\{ \lambda(T) \right\}},\tag{4.41}$$

nebo varianta se středními hodnotami

$$\Delta \tau_{\text{inside}} \le \frac{\bar{c}(T)\bar{\rho}(T)(\Delta \bar{x}_i)^2}{2\bar{\lambda}(T)}.$$
(4.42)

Kritérium stability v případě 3-D geometrie pro vedení tepla v tělese ještě více omezuje časový krok

$$\Delta \tau_{\text{inside}} \le \frac{1}{2\alpha \left(\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}\right)}.$$
(4.43)

Podle rovnic (4.3) a (4.4) je teplota vnitřního uzlu sítě navíc závislá na licí rychlosti. Proto bude kritérium stability rovněž ovlivněno licí rychlostí

$$\Delta \tau_{\text{inside}} \leq \frac{1}{\frac{2\lambda}{c\rho(\Delta x)^2} + \frac{2\lambda}{c\rho(\Delta y)^2} + \frac{2\lambda}{c\rho(\Delta z)^2} + \frac{c\rho v_z}{\Delta z}}.$$
(4.44)

Kritérium stability pro krajní uzly závisí na druhu okrajové podmínky. Pro okrajovou podmínku prvního a druhého druhu se na kritériu stability nic nemění. Pro okrajovou podmínku třetího druhu se však změní koeficient a z rovnice (4.39) a kritérium stability bude rovněž funkcí součinitele přestupu tepla. Tedy např. pro krajní uzly v ose x bude kritérium stability

$$\Delta \tau_{\text{boundary}} \leq \frac{1}{\frac{2htc}{c\rho\Delta x} + \frac{2\lambda}{c\rho(\Delta x)^2} + \frac{2\lambda}{c\rho(\Delta y)^2} + \frac{2\lambda}{c\rho(\Delta z)^2} + \frac{c\rho v_z}{\Delta z}}.$$
(4.45)

Pro osy y a z je situace analogická, pouze se mění první člen ve jmenovateli zlomku. Nejkritičtější je potom situace v rohovém uzlu, kdy bude ve jmenovateli šest členů. Stejně jako u teplotně závislých termofyzikálních parametrů lze teplotní závislost součinitele přestupu tepla uvažovat v její maximální možné hodnotě, tj.  $htc(T) = \max_T htc(T)$ . Dodržení kritéria stability je pro krajní uzly důležité, protože právě zde může docházet k oscilacím, a tím i nepřesnostem ve výpočtu či k jeho znehodnocení. Časový krok se tedy nastaví podle (4.46)

$$\Delta \tau = \min \left\{ \Delta \tau_{\text{inside}}, \Delta \tau_{\text{boundary}} \right\}.$$
(4.46)

# 4.6 Rozdíl mezi numerickým modelem teplotního pole pro bramové a sochorové lití.

Mezi bramovým a sochorovým litím je řada rozdílů nejen v geometrii, ale především v samotné konstrukci ZPO. Z hlediska kvality se na bramovém a sochorovém lití musí sledovat rozdílné parametry. Nicméně z pohledu numerického modelu teplotního pole bramy i sochoru platí stejné diferenciální rovnice postihující i fázové přeměny. Rozdílem je tedy pouze geometrie předlitku a definice okrajových podmínek zejména v sekundární chladící zóně [A28].

### Matematický model teplotního pole

Vytvořený model předlitku je pouze aproximací reality, proto musí být numerický model verifikován měřením v laboratoři nebo v reálném provozu. Verifikace modelovaných teplot povrchu předlitku se většinou provádí pomocí pyrometrů uchycených v různých místech sekundární nebo terciární zóny. Podle změřených teplot se potom numerický model upřesňuje a ladí pro příslušnou značku oceli. Další kapitola představí softwarovou implementaci a verifikaci numerického modelu bramového lití firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.

# KAPITOLA 5

# Softwarová implementace numerického modelu

Součástí práce bylo vytvoření původního numerického modelu teplotního pole v matematickém programu MATLAB<sup>®</sup>, který je vhodným numerickým nástrojem a umožňuje výpočet systému rozsáhlých algebraických rovnic. Výhodou programu MATLAB<sup>®</sup> je uživatelsky příjemné prostředí, velký počet doplňkových balíků (statistický toolbox, optimalizační toolbox, paralelizační toolbox [86] aj.) a rozšířená uživatelská základna. MATLAB<sup>®</sup> je tedy vhodný jako prototypový nástroj na nejrůznější třídy problémů [56]. Další z předností je grafický toolbox, který dokáže vykreslovat několikarozměrné grafy.

Původní model vychází z rovnic (4.3) a (4.4). K modelování fázové přeměny je použita metoda entalpie podle rovnic (4.16) - (4.17) a metoda efektivní kapacity (4.19) - (4.20). Obě metody jsou v práci porovnány. Z hlediska relativně jednoduché geometrie ZPO byla jako diskretizační metoda zvolena metoda konečných diferencí na neekvidistantní výpočetní síti, tedy rovnice (4.31) - (4.32), nebo (4.33) - (4.34) včetně okrajových podmínek (4.35) - (4.38) a podmínky počáteční (4.7). Souřadný systém je pro tyto rovnice na obrázku 5.1.



Obrázek 5.1: Souřadný systém

Hustota a rozložení sítě má zásadní vliv na výsledné teplotní pole. V ose x a y jsou největší teplotní gradienty v blízkosti krajních buněk způsobené intenzivním odvodem tepla z předlitku chladícími tryskami a vodícími válci, proto je zde výpočetní síť hustá. V ose z je pak rozložení sítě zvoleno podle polohy modelovaného předlitku v ZPO. Konkrétně je síť hustější v oblasti krystalizátoru. V sekundární chladící zóně je uzel přiřazen ke konkrétnímu válci a hustotu sítě ve směru osy z uživatel volí počtem uzlů mezi válci. Ukázka výpočetní sítě je na obrázku 5.2.

Celkový počet uzlů je omezen pouze pamětí počítače a může dosahovat až několika milionů uzlů. Při velmi jemné síti je však časový krok podle kritéria stability (4.45) velice malý a doba výpočtu se výrazně prodlužuje. Zvláště z hlediska optimalizace modelu (kapitola 6), kdy je nutné provést několik vyhodnocení teplotního modelu pro různé parametry lití, je důležité mezi výpočtovým časem a hustotou sítě volit rozumný kompromis.



Obrázek 5.2: Ukázka výpočetní sítě

Aby byla možná verifikace numerického modelu měřením reálných dat, je tato práce zaměřena právě na bramové ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s., od kterého jsou výsledky měření k dispozici. Tím je dána reálná geometrie pro numerický model podle tabulky 5.1. Schematicky je předkládané ZPO znázorněno na obrázku 5.3. Protože nejčastěji litý rozměr

Tabulka 5.1: Základní parametry ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.

Délka krystalizátoru	900 mm
Rovná část krystalizátoru	460 mm
Hladina oceli od horní hrany krystalizátoru	0 - 200 mm
Tloušťka produkované bramy	145  mm, 180  mm, 250  mm
Šířka produkované bramy	800 - 1600 mm
Velký rádius	8 000 mm
Část rovné klece	8 500 mm
Vzdálenost od konce klec po pálící stroj	2 000 mm
Počet stavitelných segmentů	12
Počet nezávislých regulačních okruhů sekundárního chlazení	13
Pyrometr 1	7  segment (12677 mm)
Pyrometr 2	11  segment  (20909  mm)

příčného řezu bramy je 1530x250 mm a protože je pro tento rozměr nejvíce experimentálních výsledků, byl numerický model vytvořen a verifikován pro tento konkrétní rozměr. Výběr testovaných ocelí je s jejich chemickým složením uveden v tabulce 4.2. Součástí práce jsou výsledky pro tři vybrané značky ocelí. Pro zbylých osm značek jsou výsledky uvedeny v příloze B.



Obrázek 5.3: Schéma ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.

### 5.1 Okrajové podmínky

### Krystalizátor

Celkový odvod tepla v krystalizátoru můžeme stanovit několika způsoby. Například využitím měřených teplot chladící vody před vstupem do krystalizátoru a za výstupem z krystalizátoru. Odvod tepla pak určíme pomocí kalorimetrické rovnice (1.8). Další možností je využití některé z rovnic (1.9) - (1.13), do kterých dosadíme konstanty pomocí dat naměřených termočlány umístěnými ve stěně krystalizátoru (protiprůvalový systém). I když pomocí rovnice (1.8) známe celkovou hodnotu odvedeného tepla krystalizátorem, lze z obrázku 1.11 usoudit, že tento odvod po délce a po šířce krystalizátoru není rovnoměrně rozložen. Nejmenší odvod tepla z předlitku probíhá v jeho rozích, protože se vlivem prudkého zchlazení smršťují a přestávají doléhat na stěny krystalizátoru (obr. 5.4).



Obrázek 5.4: Rozložení odváděného tepla krystalizátorem

V modelu je proto vytvořena váhová funkce w s intervalem 0 - 1, vyjadřující pozici v krystalizátoru. Touto funkcí je potom velikost měrného tepelného toku vynásobena. Pro celkový odvod tepla širší stěnou krystalizátoru potom musí platit

$$\dot{Q}_x = \int_0^{Lx} \int_0^{Lz} w(x, z) \dot{q} \, dz \, dx, \tag{5.1}$$

kde Lx je šířka s Lz délka krystalizátoru. Pro případ úzké strany krystalizátoru je situace analogická. Váhy v jednotlivých místech krystalizátoru jsou v numerickém modelu rozloženy

podle tabulky 5.2. V ose lití (z) je od hladiny oceli krystalizátor rozdělen na pět sekcí stejně jako v ose x a y. Tyto váhy byly obdrženy statistickým vyhodnocením dat z termočlánků umístěných ve stěně krystalizátoru. Postup k získání okrajové podmínky v oblasti krystalizátoru je níže

			1 0		
$z \text{ [mm] } \setminus x(y) \text{ [mm]}$	191,25(31,25)	573,75(93,75)	$956,\!25(156,\!25)$	1338,75(218,75)	$1530,\!00(250,\!00)$
200	0,6	0,9	0,9	0,9	0,6
350	$0,\!6$	$1,\!0$	1,0	1,0	$0,\!6$
500	$0,\!5$	$0,\!8$	0,9	0,8	0,5
650	0,3	$0,\!8$	0,9	0,8	0,3
800	$0,\!5$	$0,\!8$	0,8	0,8	$0,\!5$

Tabulka 5.2: Rozložení odvodu tepla v krystalizárotu

popsán. Pomocí rovnice (1.8) získáme celkový tepelný tok každou stěnou krystalizátoru  $\dot{Q}$ . Z něj určíme průměrnou hustotu tepelného toku  $\dot{q}$ . Tu vynásobíme váhami, sečteme a obdržíme nový tepelný tok  $\dot{Q}'$ . Následně normujeme hustotu tepelného toku  $\dot{q}$ , aby nastala rovnost  $\dot{Q} = \dot{Q}'$ . Vykreslením takto získaného měrného tepelného toku dostaneme obrázek 5.5 (a). Tímto grafem proložíme spojitou funkci 5.5 (b), kterou dosadíme do okrajové podmínky pro numerický model.



Obrázek 5.5: Rozložení měrného tepelného toku krystalizátorem: (a) podle rozložení vah (b) vyhlazení spojitou funkcí

Díky rozsáhlému množství archivovaných dat z protiprůvalového systému firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. můžeme do numerického modelu dosadit průměrné tepelné toky, vypočítané přímo z konkrétního měření pro konkrétní tavbu. Díky tomu můžeme zároveň pro různé tavby verifikovat numerický model. V prezentovaném numerickém modelu teplotního pole je stanovena průměrná výška hladiny oceli 100 mm pod horní hranou krystalizátoru. Ve směru lití (osa z) je tedy délka krystalizátoru 800 mm (obr. 5.5).

#### Sekundární chlazení

Odvod tepla chladícími tryskami je zásadně ovlivněn součinitelem přestupu tepla [A24]. Použití empirických vztahů (1.21) - (1.26) však není příliš vhodné, protože je součinitel přestupu tepla závislý na více parametrech, než tyto vztahy obsahují. Do předkládaného modelu se součinitelé přestupu tepla získají na základě proměření ostřikových charakteristik všech trysek použitých na ZPO na tzv. teplém modelu v experimentální Laboratoři přenosu tepla a proudění VUT FSI v Brně, a to pro dostatečný rozsah provozních tlaků vody a vzduchu a pro dostatečný rozsah rychlostí posuvu předlitku. Měření probíhá tak, že se rovnoměrně nahřeje ocelová deska na teplotu 1200 °C. Pod touto deskou se umístí testovaná tryska, jejíž pohyb je zajištěn elektrickým motorem řízeným počítačem. V této desce je umístěná sada termočlánků (cca. 18), které monitorují teplotní pole těsně pod chlazeným povrchem. Rozměry a polohy termočlánků jsou optimalizovány pro každou geometrii chlazení tak, aby bylo dosaženo dostatečného "rozlišení" potřebného pro přesný popis chladících účinků trysek. Záznamy o průběhu teplot a informace o pozici trysky vzhledem k desce jsou ukládány v digitální formě. Pozice trysky je měřena pomocí opto-elektronické jednotky. Tyto údaje jsou použity jako vstupní informace pro inverzní úlohu, která vyhodnocuje podmínky přenosu tepla. Pomocí inverzní úlohy jsou potom počítány průběhy povrchových teplot a součinitele přestupu tepla [4], [28], [63], příloha C. Výsledkem je tedy rozložení součinitele přestupu tepla v závislosti na průtoku chladící vody a povrchové teplotě. Následuje korekce součinitele přestupu tepla na licí rychlost ze vztahu získaného pomocí měření na ZPO (tabulka 5.3). Tato korekce musí být pro konkrétní ZPO k dispozici.

Tabulka 5.3: Korekce htc podle licí rychlosti
if $v_z \leq 0, 7 \rightarrow v_{correction} = 1, 6$
elseif $v_z \ge 1, 3 \rightarrow v_{correction} = 1$
else $v_{correction} = 1.6 - 0.5 * (v_z - 0.7)/0.6;$
then $htc = htc * v_{correction}$

Sekundární zóna ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. je osazena čtyřmi typy vodovzdušných trysek firmy Lechler a třemi typy vodních trysek. Vodní trysky se střídají současně s úpravou krystalizátoru na daný profil příčného řezu, tedy pro každou šířku bramy (145 mm, 180 mm a 250 mm) se osadí pouze jeden typ vodní trysky. Vodo-vzdušné trysky v oblasti patních válců jsou osazeny ve dvou konfiguracích, buď 5 trysek v řadě, nebo pouze 4 trysky v řadě. Celkový pohled na osazení stroje přináší tabulka 5.4. Na obrázku 5.6 je schéma přiřazení jednotlivých regulačních okruhů. Okruh 1,3 a 4 chladí oblast nultého segmentu ze všech stran předlitku, okruh 2 tvoří pouze vodní trysky a chladí jen boční strany předlitku, okruh 5 pokrývá obě strany prvního segmentu, zbývající okruhy jsou rozděleny vždy na stranu malého a velkého rádiusu.



Obrázek 5.6: Schéma řazení regulačních okruhů chladicí vody k jednotlivým segmentům [78]

Při měření trysek nebylo uvažováno s regulací tlaku vzduchu, proto byly všechny experimenty provedeny pro provozní tlak 0,2 MPa. Pro každou trysku bylo provedeno 4 až 8 experimentů pro různé průtoky vody. Celkový počet experimentů přesáhl počet 100. Výsledné hodnoty jsou potom v modelu interpolovány přes velikost průtoku. Další interpolace jsou přes velikost sítě a přes hodnotu povrchové teploty předlitku. Ukázka velikosti, rozložení součinitele přestupu tepla pod tryskami a jeho závislost na povrchové teplotě je znázorněna na obrázcích v tabulkách 5.5 - 5.10, kde je pro každou trysku nastaven režim průtoků vody 2 nebo 6 l/min pro dvě teploty povrchu 800 nebo 1000 °C. Licí rychlost odpovídá hodnotě 0,8 m/min, což je obvyklá rychlost pro rozměr zvolené bramy 1530 × 250 mm.

Umístění		Okruh	Typ trysky	Počet	Rozměrová konfigurace
				trysek	
Patní válce	Široká strana	1	148.638.30.43	18	
	Úzká strana pro šířku 250	2	660.766.30	10	
Segment	Segment 0 - I	3	148.638.30.43	32	
	Segment 0 - II	4	148.638.30.43	24	
	Segment 1 (na- hoře/dole)	5	100.728.30.24	12	
	Segment 2+3 (nahoře)	6	100.638.30.24	12	and and a set of the s
	Segment 2+3 (dole)	7	100.638.30.24	12	
	Segment 4+5 (nahoře)	8	100.638.30.24	12	
	Segment 4+5 (dole)	9	100.638.30.24	12	the firm and the first state of the first s
	Segment 6+7 (nahoře)	10	100.638.30.24	10	
	Segment 6+7 (dole)	11	100.638.30.24	10	
	Segment 8+11 (nahoře)	12	148.528.30.24	24	
	Segment 8+11 (dole)	13	148.528.30.24	24	

Tabulka 5.4: Rozložení trysek EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.





Tabulka 5.6: 660.766.30



Tabulka 5.7: 148.638.30.43



Tabulka 5.8: 100.728.30.24



Tabulka 5.9: 100.638.30.24



## 5.2 Model teplotního pole metodou entalpie

V kapitole 4.4 bylo uvedeno, že entalpie je v rovnicích (4.16) - (4.17) primární proměnnou, zatímco teplota je dopočítávána pro jednotlivé časové kroky ze vztahu (4.15). Díky programu IDS (kapitola 4.3) máme pro konkrétní ocel hodnotu entalpie v závislosti na teplotě danou tabulkou. V numerickém výpočtu rovnic (4.31) - (4.32) potom po každém časovém kroku musíme ze získaných hodnot entalpií dopočítat hodnoty teplot  $H_{i,j,k}^{n+1} \longrightarrow T_{i,j,k}^{n+1}$  resp.  $H_{m,p,i}^{n+1} \longrightarrow T_{m,p,i}^{n+1}$ . Vztah teploty a entalpie můžeme proložit polynomem vyššího stupně [A8], [A13], nebo použít metodu vyhledávání [A9]. Druhá z nich dává přesnější výsledky, ale cenou za jejich dosažení je vyšší výpočtová a časová náročnost úlohy. Díky tomu, že máme vektory teploty  $T_1, \ldots, T_n$ a entalpie  $H_1, \ldots, H_n$  v seřazeném tvaru (tj. od nejmenší hodnoty po největší), můžeme na přepočet teploty z vypočítané entalpie použit binární vyhledávací algoritmus (angl. binary search algorithm) také zvaný metoda bisekce či půlení intervalu [42]. Algoritmus je zobrazen v tabulce 5.11. Symbol H představuje hodnotu aktuální entalpie a symbol i jeho pořadí. Výsledná hodnota

```
Tabulka 5.11: Algoritmus na přepočet teploty a entalpie
```

1. [Initialize.] Set  $l \leftarrow 1, u \leftarrow n$ . 2. [Get midpoint.] if u < lalgorithm terminates uncesfully. else set  $i \leftarrow [(l+u)/2]$ . end if. 3. [Compare.] if  $H < H_i$ , go to 4. if  $H > H_i$ , go to 5. if  $H=H_i$ , the algorithm terminates successfully. end if. 4. [Adjust u.] Set  $u \leftarrow i-1$  and return 2. 5. [Adjust 1.] Set  $l \leftarrow i+1$  and return 2.

teploty je rovna poziciT=i. Velikost intervalu pro náš případ je mezi0 - 1600 °C. V tomto případě nalezne algoritmus hodnotu i zhruba v 8 iteracích. Navíc můžeme pro malý časový krok  $\Delta \tau$ vycházet z poslední hodnoty teploty a předpokládat, že nová teplota se nebude od předchozí příliš lišit. Např. jestliže nepředpokládáme nárůst či pokles teploty v jednom časovém kroku o více než 50 °C, platí  $T_{i,j,k}^{n+1} \in \left\{T_{i,j,k}^n \pm 50\right\}$ . Spodní limit se nastaví  $l = T_{i,j,k}^n - 50$  a horní limit  $u = T_{i,j,k}^n + 50$ . Aby nedošlo k situaci, kdy nebude hledaná teplota ležet v tomto intervalu, může se do zdrojového kódu přidat podmínka, která může limity l a u posunout.

Nevýhoda celého přístupu však spočívá v častém volání algoritmu 5.11. Musí se volat nejenom v každém časovém kroku, ale i pro každý uzel výpočetní sítě. Tedy např. pro síť  $70 \times 50 \times 1200$  pro 4000 časových iterací musíme algoritmus vyhledávání volat 1, 68 · 10<sup>10</sup> krát. To pak představuje z hlediska času celého výpočtu největší zátěž. Jednou z možností urychlení je pak paralelní výpočet na více procesorech viz [86], [A9].

Výsledné grafy numerického modelu, včetně měření pyrometry 1 a 2 umístěnými na malém rádiusu (tabulka 5.1), jsou na obrázcích 5.7 - 5.18 a v příloze B. Pro zobrazení teplotního pole je v práci použito třech typů grafů. Na obrázku 5.7 je znázorněno teplotní pole na povrchu předlitku pro celou 3-D geometrii ZPO. Pro lepší názornost je však použit obrázek 5.8, kde je tento graf rozvinutý. Zde můžeme lépe vidět teplotní gradienty a nerovnoměrné rozložení účinku chlazení na povrchu předlitku. Další typ grafu je na obrázku 5.9, ve kterém jsou znázorněny izolikvidy a izosolidy v podélném osovém řezu předlitku. Z tohoto grafu pak lze snadno odečíst

metalurgickou délku. Třetí typ grafu je na obrázku 5.10. Průběhy teplot jsou znázorněny v šesti bodech příčného průřezu předlitku. Je zde znázorněna teplota likvidu a solidu, oblast krystalizátoru a krabicový diagram pro pyrometr 1 a 2 (L - spodní limit, X - průměrná hodnota, U - horní limit). Rovněž je zde znázorněn růst tloušťky licí kůry jak ze strany malého, tak ze strany velkého rádiusu (černá, resp. modrozelená křivka). V tabulkách 5.12 - 5.14 je uvedena třída oceli, pro kterou byla provedena simulace (chemické složení podle tabulky 4.2) spolu s průměrnými licími parametry vyhodnocenými statistickým zpracováním více než 1000 uskutečněných taveb. Tyto parametry slouží jako vstupní informace do numerického modelu. Výpočetní síť numerického modelu byla zvolena pro všechny výpočtové varianty  $41 \times 31 \times 1208$ .

Třída oceli	Licí	Licí	Měrný tepelný tok				Měrný tepelný tok						
	rychlost	teplota	krysta	krystalizátorem - široká strana krystalizátorem - úzk							úzká s	trana	
11378	0,794	1549	N	$MR - 659044, 4 W/m^2$					P - $622590,6 \mathrm{W/m^2}$				
	m/min	°C	$VR - 756810, 8  W/m^2$					L - $715486, 4 \mathrm{W/m^2}$					
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	70,7	48,1	93,7	72,4	78,3	38,9	78,4	40,3	51,2	29,4	38,8	49,0	78,5
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka 5.12: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek 5.7: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)


Obrázek 5.8: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 5.9: Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 5.10: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

Třída oceli	Licí	Licí	Měrný tepelný tok											
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	iroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana		
21425	0,792	1548	N	MR - $664007,1 \mathrm{W/m^2}$					$P - 629126,7  W/m^2$					
	m/min	°C	/ /	$VR - 762354,3 W/m^2$					L - $715263,3 \mathrm{W/m^2}$					
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
sekundární	70,6	48,1	93,6 72,7 78,2 39,0 78,7					39,4	51,2	29,4	38,7	49,4	78,7	
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	

Tabulka 5.13: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek 5.11: Teplotní pole na povrchu předlitku (21425)



Obrázek 5.12: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (21425)



Obrázek 5.13: Průběhy izolikvidy a izosolidy (21425)



Obrázek 5.14: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (21425)

Třída oceli	Licí	Licí	Měrný tepelný tok											
	rychlost	teplota	krysta	alizáto	rem - š	iroká s	strana	kryst	alizáto	orem -	úzká s	trana		
32963	0,770	1517	N	MR - 811225,8 W/m <sup>2</sup>					$P - 687281,6 \mathrm{W/m^2}$					
	m/min	°C	1	$VR - 954688, 8 W/m^2$					L - $729181,7 \mathrm{W/m^2}$					
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
sekundární	65,4	45,0	88,9 70,8 77,3 28,9 69,8					39,3	$55,\!8$	29,4	44,9	$29,\!5$	69,7	
zónou	l/min	l/min	l/min	$/\min \left  l/\min \left  l$						l/min	l/min	l/min	l/min	

Tabulka 5.14: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek 5.15: Teplotní pole na povrchu předlitku (32963)



Obrázek 5.16: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (32963)



Obrázek 5.17: Průběhy izolikvidy a izosolidy (32963)



Obrázek 5.18: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (32963)

Z obrázků 5.10, 5.14 a 5.18 je vidět dobrá shoda naměřených a vypočtených teplot v místě uchycení pyrometrů. Hodnota metalurgické délky, kterou numerický model spočítá a délky, kterou počítá online model na ZPO (minimální, průměrná a maximální hodnota) je v tabulce 5.15. Můžeme zde sledovat opět dobrou shodu. V příloze B jsou zobrazeny grafické výstupy numerického modelu pro všechny značky ocelí z tabulky 4.2. Z předložených výsledků vyplývá, že vytvořený numerický model teplotního pole lze použít na simulaci teplotních pochodů při plynulém lití oceli na bramovém ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Navíc úpravou geometrie a okrajových podmínek by šel tento numerický model použít i pro jiné ZPO. Nicméně, byla by vždy nutná jeho verifikace naměřenými teplotami.

Značka	metalurgická délka	metalurgická délka z předloženého numerického
oceli	z on-line modelu	modelu teplotního pole
11378	L - 17,48 X - 18,36 U - 18,98	$19,4668\mathrm{m}$
21425	L - 18,09 X - 18,68 U - 19,25	$19,3040\mathrm{m}$
32963	L - 19,35 X - 20,14 U - 20,57	$19,\!2971\mathrm{m}$

Tabulka 5.15: Porovnání metalurgické délky

# 5.3 Model teplotního pole metodou efektivní tepelné kapacity

Pro metodu efektivní kapacity byl vytvořen numerický model podle rovnic (4.19) - (4.20) a jejich diskretizace (4.33) - (4.34). Není třeba použít algoritmus vyhledávání, takže se zkrátí výpočtový čas. Z programu IDS určíme pro konkrétní ocel závislost efektivní kapacity na teplotě podle vztahu (4.18) (obrázek 5.19).



Obrázek 5.19: Průběh efektivní tepelné kapacity (11378)

Výpočet byl proveden pro ocel 11378 při stejných podmínkách jako při výpočtu metodou entalpie. Výsledky jsou na obrázcích 5.20 - 5.23.

Z výsledků je patrné, že teplotní profil na horním rádiusu neprochází intervalem prvního pyrometru. Mezi simulací a experimentem tedy není dobrá shoda. Navíc na obrázku 5.22 jsou v detailu zobrazeny oscilace teploty v pásmu změny fáze, způsobené volbou metody. Je proto nutné zmenšit délku časového kroku. Metalurgická délka vychází podle výpočtu 20,2908 m, což je opět rozdíl od firemních dat. Nicméně, s menšími časovými kroky (v porovnání s metodou entalpie) je metoda efektivní tepelné kapacity schopna rovněž dosáhnout věrohodného výsledku.

Porovnáním výsledků lze konstatovat, že obě metody jsou použitelné a dávají přibližně stejné výsledky. Metoda efektivní tepelné kapacity však vykazuje větší problémy se stabilitou, než metoda entalpie. Časový krok musel být zkrácen na čtvrtinu časového kroku použitého v případě metody entalpie. Stejný krok vykazoval nepoužitelné výsledky. I přes zkrácení časového kroku jsou vidět na obrázku 5.22 oscilace v pásmu změny fáze, kde má křivka efektivní kapacity největší gradient (obrázek 5.19). Lepší výsledek by bylo možné dosáhnout vyhlazením této křivky, avšak za cenu méně přesných výsledků. Při porovnání časové náročnosti obou přístupů bylo dosaženo lepších výsledků u metody entalpie, přestože při této metodě musíme opakovaně volat



Obrázek 5.20: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)



Obrázek 5.21: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)

vyhledávací algoritmus 5.11. Nicméně se přístup efektivní tepelné kapacity osvědčil například v publikaci [58], kde byl počítán 1-D numerický model vedení tepla. Zde spočívala výhoda metody efektivní tepelné kapacity v možnosti řešit implicitně zadané numerické formule, což zmenšilo počet časových iterací. Nelze tedy jednoznačně rozhodnout, která metoda je obecně lepší a která horší. Na základě získaných výsledků se autor však rozhodl všechny další úlohy počítat numerickým modelem teplotního pole využívajícím metodu entalpie.



Obrázek 5.22: Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 5.23: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

# 5.4 Modelování proudění v oblasti tekutého jádra

Ve snaze postihnout vliv konvektivního přenosu tepla v oblasti tekutého jádra předlitku je často použita metoda efektivní tepelné vodivosti (angl. effective thermal conductivity method) [48]. Ta spočívá v substituci tepelné vodivosti  $\lambda(T)$  v rovnici 4.1 za efektivní tepelnou vodivost  $\lambda_{eff}(T)$ , kterou získáme například z rovnice 4.10. V ní konstanta A však představuje komplikaci v důsledku jejího širokého doporučeného intervalu 1 - 8. Volba konstanty má zásadní vliv na vzniklé teplotní pole, které však můžeme díky údajům pyrometrů verifikovat. V numerickém modelu teplotního pole můžeme hodnotu tepelné vodivosti upravit, např.

$$T < T_S \implies \lambda_{eff}(T) = \lambda(T)$$
  

$$T_S < T < T_L \implies \lambda_{eff}(T) = A/2\lambda(T)$$
  

$$T_L < T \implies \lambda_{eff}(T) = A\lambda(T)$$
(5.2)

Simulace pro ocel 11378 podle tabulky 5.12 byla provedena při volbě A = 2,5 a A = 4,5 a výsledky byly srovnány. Jsou vidět na obrázcích 5.24 - 5.31. S použitím metody efektivní tepelné vodivosti klesá výrazně hodnota metalurgické délky, stejně jak je uvedeno v [48]. Nicméně výsledky ukazují, že ani v jednom případě neprošel interval povrchových teplot teplotami naměřenými. To může být způsobeno např. relativně malou licí rychlostí a tedy menším vlivem přenosu tepla konvekcí. Modifikace tepelné vodivosti může mít větší využití pro sochorové lití, kde jsou použity vyšší licí rychlosti a elektromagnetické míchání. Pro naši simulaci tedy není využití metody efektivní tepelné vodivosti nijak opodstatněné. Pro formulování dalších závěrů by bylo nutné provést společnou simulaci vedení-konvekce na velice jemné výpočetní síti.



Obrázek 5.24: Teplotní pole na povrchu předlitku (A = 2, 5)



Obrázek 5.25: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (A = 2, 5)



Obrázek 5.26: Průběhy izolikvidy a izosolidy (A = 2, 5)



Obrázek 5.27: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (A = 2, 5)



Obrázek 5.28: Teplotní pole na povrchu předlitku (A = 4, 5)



Obrázek 5.29: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (A = 4, 5)



Obrázek 5.30: Průběhy izolikvidy a izosolidy (A = 4, 5)



Obrázek 5.31: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (A=4,5)

# KAPITOLA 6

# Algoritmy optimálního řízení ZPO

Snaha optimalizovat, neboli nejlépe řídit výrobní provoz je pochopitelná snad u všech firem, které se výrobou zabývají. Proto i firmy zabývající se plynulým litím oceli vynakládají značné finanční náklady na výzkum pro dosažení nejlepší kvality, nejvyšší produktivity a minimální zmetkovitosti při minimálních výrobních nákladech (kapitola 3). Snažit se však optimalizovat řízení plynulého lití přímo v reálném provozu ZPO je z hlediska možnosti vzniku havarijních situací nereálné. Začlenění každé inovace výroby do provozu je potom časově náročné.

Reálnější je využít simulačních a matematicko-optimalizačních technik, jejich výsledky postupně ověřovat a pak teprve začleňovat do výroby. Optimalizace řízení plynulého lití je v této práci založena na experimentálně ověřeném numerickém modelu teplotního pole. Tento koncept byl již použit různými autory při využití různých optimalizačních technik. Můžeme zde nalézt klasické přístupy matematického programování [A7], [A8], [A13], využití heuristických metod jako jsou např. genetické algoritmy (angl. genetic algorithms) [71], [89], optimalizace mravenčích kolonií (angl. ant colony optimization) [39], [40], [44], optimalizace hejnem částic (angl. particle swarm optimization) [90], [96], světluščí algoritmus (angl. firefly algorithm) [A12] a další [34], [35], [76]. Některé optimalizační přístupy jsou rovněž založeny na principu regulace [22], [A15], [A22]. Nicméně základem těchto modelů jsou zjednodušené numerické modely teplotních polí. Zjednodušujícími předpoklady jsou např. výpočty na 1-D nebo 2-D numerických modelech, zjednodušení okrajových podmínek, konstantní termofyzikální vlastnosti oceli, výpočty na "hrubých" sítích aj. Všechny tyto zjednodušující parametry vystihují reálný proces velice hrubě a nemohou být nasazeny do reálného provozu. Navíc většina uvedených modelů potřebuje velké množství vyhodnocení numerického modelu teplotního pole, než dosáhne optimálního stavu, a tedy při použití výpočtově náročného "přesného" numerického teplotního modelu jsou tyto přístupy nepoužitelné.

Cíl této práce spočívá nejenom v nalezení optimalizačního algoritmu, který dokáže určit optimální řídící parametry, ale především ve vytvoření takového algoritmu, který dokáže vyhledat optimální parametry pro komplexní 3-D numerický model (popsaný v kapitole 5) v rozumném čase.

Řízení, resp. optimální řízení procesu plynulého odlévání, lze svou povahou zařadit pod metody operačního výzkumu. Operační výzkum je vědecká disciplína zabývající se analýzou operací spjatých s řízením, fungováním a navrhováním složitých společensko-ekonomicko-technických systémů. Příkladem takového systému může být průmyslový podnik, kterýkoliv jeho provoz, systémy dopravy apod. První práce, které by se daly zařadit do operačního výzkumu, se vyskytly už v roce 1909. V současné době se operační výzkum používá i v řízení státní správy, k řešení vztahu mezi ekonomickým růstem a kvalitou životního prostředí a při pomoci rozvojovým zemím. Dostupnost metod operačního výzkumu roste zvláště v posledním desetiletí s rozvojem výpočetní a sdělovací techniky, což je spjato s tvorbou systémů na podporu rozhodování [66]. Ty se např. v průmyslových podnicích používají při strategickém i operativním plánování, ve všech fázích projektového řízení, při řízení výrobních procesů apod.

Optimalizace v našem pojetí znamená tvorbu matematického modelu, který převádí věcný problém do matematické formulace. Jsou přitom vymezeny závislé a nezávislé proměnné modelu a relace popisující jejich vzájemný vztah. Výsledková proměnná je taková závislá proměnná, která charakterizuje úroveň efektivnosti systému. Účelová funkce potom vyjadřuje výsledkovou proměnnou pomocí nezávislých proměnných. Řiditelná (rozhodovací) proměnná je potom taková nezávislá proměnná, kterou může ovlivňovat řešitel modelu. I přes dnešní velkou výpočtovou kapacitu může být komplexnost problému natolik rozsáhlá, že není možný výpočet systému bez zjednodušení modelu v reálném čase. Je-li z důvodu náročnosti nutné zjednodušení modelu, nelze vyloučit ty prvky reality, které jsou pro řešení problémů podstatné.

### 6.1 Základy optimalizace

Optimalizační problém můžeme napsat v obecném matematickém tvaru

$$\begin{array}{ll} \underset{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^{n}}{\text{minimize}} & f_{i}(\mathbf{x}) & i = 1, 2, \dots, M, \\ \text{subject to} & h_{j}(\mathbf{x}) = 0 & j = 1, 2, \dots, J, \\ & g_{k}(\mathbf{x}) \leq 0 & k = 1, 2, \dots, K, \end{array}$$
(6.1)

kde  $f_i(\mathbf{x}), h_j(\mathbf{x})$  a  $g_k(\mathbf{x})$  jsou funkce vektoru rozhodovacích proměnných

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T.$$

Prvek  $x_i$  je nezávislá rozhodovací proměnná (angl. decision variable), která může nabývat spojitých nebo diskrétních hodnot. Funkce  $f_i(\mathbf{x})$  pro i = 1, 2, ..., M se jmenují účelové funkce (angl. objective functions), kde pro častý případ M = 1 máme pouze jednu účelovou funkci. V opačném případě pro M > 1 mluvíme o vícekriteriální optimalizaci. Prostor omezený rozhodovacími proměnnými se nazývá stavový prostor  $\mathbb{R}^n$ , zatím co prostor tvořený z hodnot účelové funkce se nazývá prostor řešení. Rovnice  $h_j(\mathbf{x})$  a nerovnice  $g_k(\mathbf{x})$  se nazývají omezením (angl. constraint). Speciálním případem je tzv. úloha bez vazeb, kdy J = K = 0. Krajním případem je úloha bez účelové funkce M = 0, kdy máme tzv. problém přístupnosti řešení (angl. feasibility problem) a kdy jakékoli řešení splňující omezení je řešením optimálním.

V případě, že je účelová funkce a všechny omezení v lineárním tvaru, optimalizační úlohu nazveme lineárním matematickým programem. Jestliže je účelová funkce nebo jakákoli rovnice či nerovnice omezení nelineární, nazveme problém nelineárním matematickým programem. Matematické programování nazveme celočíselné, jestliže alespoň jedna rozhodovací proměnná nabývá pouze celočíselných hodnot. Slovo "programování" v tomto smyslu neznamená počítačové programování, ale plánování a/nebo optimalizaci.

Optimalizační program rovněž dělíme z hlediska jeho parametrů na deterministický a stochastický. Jestliže tedy jsou všechny parametry v modelu jednoznačné, mluvíme o deterministickém matematickém programu (angl. deterministic programming). V případě, že jsou parametry ovlivněny náhodnými hodnotami, popsanými např. svou distribuční funkcí, nazýváme problém stochastickým matematickým programem (angl. stochastic programming). V běžném životě jsou všechny problémy zatížené náhodou. Řešitel se proto u deterministické optimalizace musí vždy, když náhodné vlivy v procesu zanedbává, zabývat otázkou, jak u zjednodušeného modelu může být konečný výsledek náhodou ovlivněn.

# 6.2 Hledání optimálního řešení

Potom, co je optimalizační problém formulován korektně, přichází otázka jakou matematickou techniku zvolit k nalezení optimálního řešení. Řešení problému často spočívá v nalezení extrému účelové funkce. Neexistuje jediný obecný matematický optimalizační algoritmus, který dokáže efektivně řešit veškeré optimalizační úlohy. Klasifikaci jednotlivých optimalizačních algoritmů lze provádět z mnoha hledisek. Nejčastěji se optimalizační algoritmy dělí na dvě kategorie, a to deterministické a stochastické. Deterministické algoritmy provádí přesně definované procedury, jejichž cesta k nalezení optima je opakovatelná a výpočetní čas zůstává nezměněn. Např. deterministickou metodou je metoda největšícho spádu. Naproti tomu stochastické algoritmy využívají náhodných čísel, takže pro každý opakovaný výpočet mohou při hledání optimálního řešení procházet jinou cestou. Výpočtový čas těchto metod je také pro tentýž problém obecně různý [94].

Optimalizační algoritmy lze posuzovat také z hlediska schopnosti opustit lokální optimum a pokračovat v hledání optima globálního. Rozdíl mezi lokálním a globálním optimem je uveden v následující větě a na obrázku 6.1.

Jestliže je funkce  $f(\mathbf{x})$  definována na množině L, lze říci, že

- bod  $\mathbf{x}_{min} \in L$  je bodem lokálního minima funkce  $f(\mathbf{x})$ , když existuje okolí  $O(\mathbf{x}_{min})$  takové, že pro všechna  $\mathbf{x} \in O(\mathbf{x}_{min}) \cap L$  platí  $f(\mathbf{x}_{min}) \leq f(\mathbf{x})$ ,
- bod  $\mathbf{x}_{min} \in L$  je bodem globálního minima funkce  $f(\mathbf{x})$ , když pro všechna  $\mathbf{x} \in L$  platí  $f(\mathbf{x}_{min}) \leq f(\mathbf{x})$ .

Speciálním případem je optimalizace na konvexní množině, kde existuje právě jedno lokální optimum a je tedy zároveň i globálním optimem. V tom případě lze použít speciální algoritmy tvořené pro konvexní optimalizaci. Řešený problém však do této skupiny zahrnout nelze.

U nelineární optimalizace, kde se může vyskytnout velké množství lokálních extrémů, je velice důležité nastavení počátečních hodnot pro optimalizované proměnné [3]. Vhodným "nástřelem" hodnot můžeme dosáhnout výrazné časové výpočetní úspory. Proto jsou také některé deterministické algoritmy doplněny náhodným počátečním startem.



Obrázek 6.1: Extrémy funkce jedné proměnné

### 6.3 Matematický model pro optimální řízení ZPO

Idea optimálního řízení plynulého lití oceli spočívá v udržování teplotních intervalů (rozmezí)  $\Delta T_1, \ldots, \Delta T_i, \ldots, \Delta T_p$  v jednotlivých kontrolních místech ZPO (obrázek 6.2). Tyto intervaly by měly být stanoveny tak, aby zaručily pro konkrétní značku oceli dobré materiálové vlastnosti finálního předlitku, viz kapitola 3.2 a 3.3. Tím by byla zaručena požadovaná výsledná kvalita oceli. Zároveň je z hlediska povrchové kvality příznivý plynulý nerostoucí průběh povrchových teplot v oblasti sekundární chladící zóny. V sekundární zóně chlazení nemůžeme regulovat jednotlivé trysky, ale pouze jednotlivé chladící zóny. Nerostoucí trend povrchových teplot můžeme řešit podmínkou požadující vždy, aby v bodě *i* za každým chladícím okruhem byla teplota menší nebo stejná než v bodě před okruhem  $T_i^n$ . Index *i* označuje bod hlídání teploty (kontrolní bod) a index *n* časový krok. Pro každý kontrolní bod se stanoví jeho maximální a minimální teplota (dovolené rozmezí teplot). Z hlediska výrobní produktivity jsou požadovány vyšší hodnoty licí rychlosti. Postupujeme tedy tak, že maximalizujeme licí rychlost při dodržování povrchových teplot v jednotlivých rozmezích. Licí rychlost úměrně prodlužuje metalurgickou délku viz (1.28), proto navíc přidáváme rozsah délky, v kterém se může metalurgická délka M pohybovat (obrázek 6.2). Posledním je technické omezení čerpadel v jednotlivých chladících okruzích, kdy je průtok vody  $\dot{m}_j$  pro každý okruh limitován svou maximální hodnotou (*j* je označuje číslo okruhu). Rovněž je omezen průtok minimální hodnotou, která je určena vlastnostmi trysek. V případě, že průtok tryskou klesne pod danou mez, tryska ztrácí své ostřikové charakteristiky a dochází ke smáčení povrchu předlitku, což je z hlediska kvality předlitku nepříznivé. Licí rychlost je rovněž omezena technologicky svou dovolenou provozní hodnotou, kterou nelze překročit. Toto omezení proto do modelu nezahrnujeme. Matematický model lze napsat ve tvaru:

maximize 
$$v_z$$
  
subject to  $T_{i(min)} \leq T_i^n \leq T_{i(max)}$   $\forall i, n = t_f,$   
 $T_{i-1}^n \geq T_i^n \geq T_{i+1}^n$   $\forall i \in [2, \dots, p-1], n = t_f,$   
 $\dot{m}_{j(min)} \leq \dot{m}_j \leq \dot{m}_{j(max)}$   $\forall j,$   
 $M_{min} \leq M \leq M_{max}.$ 
(6.2)

K tomuto modelu však musíme přiřadit numerický model teplotního pole (4.31) - (4.32), nebo (4.33) - (4.34) včetně okrajových podmínek (4.35) - (4.38) a podmínky počáteční (4.7). Vzniklý systém představuje úlohu nelineární optimalizace, ve kterém je počet omezení úměrný počtu výpočtových uzlů numerického modelu. I pro hrubou 3-D síť pak máme více jak  $10^6$  omezení, což je z hlediska klasických optimalizačních metod výpočtově neúnosné [A11].



Obrázek 6.2: Optimalizační omezení teplotních průběhů a metalurgické délky: (a) teplotní průběh v jádru (b) teplotní průběh na povrchu předlitku,  $T_s$  označuje teplotu solidu [A22]

Jsou reálné dvě možnosti. Dekompozice, tedy rozdělení výpočtové sítě na podsítě a ty počítat na oddělených počítačových stanicích [A6] (např. metoda Progressive Hedging), nebo využití heuristických metod, kdy lze oddělit numerický model teplotního pole (tzv. black-box) od modelu optimalizačního [44], [71], [90], [A11], [A12], [A15], [A22]. Heuristických metod je velké množství [94]. Některé z nich konvergují k optimálnímu řešení pro určitý typ úloh rychleji než ostatní. Proto volba heuristické metody je klíčovým problémem. Drtivá většina těchto optimalizačních algoritmů je založena na iteračním výpočtu účelové funkce. Čím je provedeno více výpočtů, tím více známe chování úlohy a můžeme usuzovat jakým směrem se vydat k dosažení nejlepších hodnot. Výpočtově nejnáročnější je v našem případě numerický model teplotního pole, jehož doba vyhodnocení je závislá na počtu výpočtových uzlů a délce časového kroku. Optimalizační algoritmus potom volá numerický model s různými vstupními parametry, které upravuje podle výsledného teplotního pole. Vhodnost heuristického algoritmu se tedy posuzuje podle počtu vyhodnocení numerického modelu před nalezením výsledku úlohy. Různé optimalizační přístupy byly testovány v pracích [A8], [A11], [A12], [A15], [A22]. Některé z nich zde uvedeme. Ukážeme, že nejlépe z nich se chová optimalizační přístup založený na fuzzy regulaci, který je robustní a dokáže nalézt optimální řešení splňující dovolené teplotní omezení v průměru do 50 iterací [A16], [A17].

## 6.4 Optimalizace hejnem světlušek pro optimální řízení ZPO

Světluščí algoritmus patří mezi tzv. hejnové heuristické algoritmy. Jde o algoritmus, který se řadí do třídy přírodou inspirovaných (angl. nature-inspired) algoritmů a simuluje biologické chování světlušek. Mezi heuristickými algoritmy jde o nový přístup vytvořený v roce 2007 Xin-She Yang [94] na univerzitě v Cambridge.

Algoritmus pracuje se vzájemnou přitažlivostí světlušek v závislosti na jejich vzdálenosti a intenzitě jejich záření *I*. Základem algoritmu jsou tři základní zjednodušení proti reálnému chování světlušek.

- Všechny světlušky jsou bezpohlavní a jsou přitahovány pouze intenzitou záření.
- Přitažlivost je přímo úměrná intenzitě záření, tedy světluška která svítí méně je přitahována ke světlušce s větší intenzitou záření. Jestliže není v okolí světluška, která vyzařuje více než ostatní, všechny se pohybují náhodně.
- Záření světlušek je ovlivněno nebo popsáno tvarem účelové funkce.

Pro maximalizační problém lze intenzitu osvětlení jednoduše považovat za úměrnou hodnotě účelové funkce  $I(\mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x})$ . Nicméně přitažlivost  $\beta$  mezi dvěma světluškami *i* a *j* je úměrná jejich vzájemné vzdálenosti  $r_{ij}$ . Nejjednodušší formou výpočtu intenzity osvětlení na vzdálenosti r je použití zákonu převráceného čtverce (angl. inverse square law)

$$I(r) = \frac{I_S}{r^2},\tag{6.3}$$

kde  $I_S$  je intenzita světelného zdroje. Pro dané médium s konstantní světelnou absorpcí  $\gamma$  (luciferinový koeficient) je intenzita osvětlení proměnná se vzdáleností podle vztahu

$$I = I_0 e^{-\gamma r},\tag{6.4}$$

kde  $I_0$  je původní světelná intenzita. Ve snaze vyhnout se případu neexistence řešení pro výraz  $I_S/r^2$  pro r = 0, lze kombinací (6.3) a (6.4) použít Gaussovu formu

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2}.$$
 (6.5)

Protože světluška je přitahována úměrně intenzitě osvětlení sousední světlušky, můžeme definovat přitažlivost  $\beta$  jako

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2},\tag{6.6}$$

kde  $\beta_0$  je přitažlivost pro případ r = 0.

Vzdálenost  $r_{ij}$ mezi jakýmikoliv dvěma světluškami  $\mathbf{x}_i$ a $\mathbf{x}_j$ majícími souřadice v kartézském souřadném systému

$$r_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - x_{j,k})^2}.$$
(6.7)

V případě dvoudimenzionálního prostoru  $r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ . Pohyb světlušky *i* přitahovanou "jasnější" světluškou *j* je potom formulován

$$\mathbf{x}_{i}^{n+1} = \mathbf{x}_{i}^{n} + \beta_{0} e^{-\gamma r_{ij}^{2}} \left( \mathbf{x}_{j}^{n} - \mathbf{x}_{i}^{n} \right) + \alpha \boldsymbol{\varepsilon}_{i}.$$
(6.8)

První člen pravé strany rovnice (6.8) vyjadřuje původní polohu světlušky *i*. Druhý člen vyjadřuje přitažlivost ke světlušce *j*. Třetí člen obsahuje náhodný parametr  $\alpha$ . Symbol  $\varepsilon_i$  označuje vektor náhodných čísel daný normálním rozdělením nebo rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti. Pro většinu aplikací můžeme dosadit  $\beta_0 = 1$  a  $\alpha \in [0, 1]$ . V případě  $\beta_0 = 0$  jde o tzv. náhodnou procházku. Parametr  $\gamma$  mění přitažlivost světlušek a jeho hodnota je kritická z pohledu rychlosti konvergence řešení a tedy ovlivňuje celé chování algoritmu. Teoreticky může tato hodnota ležet v intervalu  $\gamma \in \langle 0, \infty \rangle$ , v praxi se však většinou nastavuje mezi hodnotami 0,1 až 10. Základní kroky světluščího algoritmu jsou popsány v tabulce 6.1. Graficky je potom postup algoritmu na 2-D případě ukazán na obrázku 6.3, kde každý bod představuje jednu světlušku a jeho velikost intenzitu záření. Šipky mezi body potom znázorňují sílu přitažlivosti jednotlivých světlušek.

Tabulka 6.1: Pseudo kód optimalizace hejnem světlušek [94]

```
1. [Initialize.] Objective function: f(x), \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T.
      Formulate light intensity I so that it is associated with f(\mathbf{x})
      (for example, for maximization problems, I(x) \propto f(\mathbf{x}) or simply I = f(\mathbf{x}).
      Define absorption coefficient \gamma.
2. [Generate.] Generate an initial population of fireflies \mathbf{x}_i (i = 1, 2, ..., m).
3. [While.] (t < MaxGeneration).
              for i = 1 : n (all n fireflies)
                 for j = 1 : n (all n fireflies) inner loop
                   if (Ij > Ii) move firefly i towards j;
                   end if
                 Vary attractiveness with distance r via \exp(-\gamma r);
                 Evaluate new solutions and update light intensity;
                 end for j.
              end for i.
              Rank fireflies and find the current best global best g^*.
4. [End While.]
5. [Output.] Post-processing the results and visualization.
```

V praktickém případě každá světluška představuje jeden scénář řešení optimalizačního problému. Tedy hodnotu účelové funkce pro konkrétní vektor rozhodovacích proměnných (6.1), podle které je určena intenzita záření. Současný výzkum naznačuje [94] možnost důkazu dosažitelnosti algoritmu nalézt globální optimum pro  $n \to \infty$  a  $t \gg 1$ , kde n je počet světlušek a t je výpočtový čas. Tedy pro dostatečný počet světlušek máme zajištěno dosažení globálního optimálního stavu.

V případě optimálního řízení ZPO představuje světluška vstupní parametry numerického modelu. Z hlediska výpočtové kapacity se zvyšujícím se počtem světlušek neúměrně prodlužuje výpočtový čas. Například pro 10 světlušek musí algoritmus v jediné iteraci řešit 10 aplikací numerického modelu. Nicméně, jde současně o výhodu, protože mezi iteracemi optimalizačního algoritmu probíhá výpočet teplotních polí separovaně. Tím se nabízí možnost optimalizační



Obrázek 6.3: Ukázka optimalizace hejnem světlušek ve 2-D případě



Obrázek 6.4: Ukázka paralelizace výpočtu

výpočet paralelizovat (obrázek 6.4).

#### Aplikace algoritmu

Algoritmus optimalizace hejnem světlušek byl testován na 2-D numerickém modelu teplotního pole [A12]. Světluška je zde reprezentována jako vektor o čtrnácti reálných číslech. První je hodnota licí rychlosti a zbývajících třináct představuje hodnoty součinitele přestupu tepla v jednotlivých chladících okruzích sekundární chladící zóny. Tedy rozhodovací prostor všech možných řešení má čtrnáct nezávislých dimenzí. Pro omezení byl použit rozsah dovolené metalurgické délky a rozmezí teplot v místě rovnání a na konci ZPO. Konkrétní hodnoty omezení a testovanou značku oceli popisuje tabulka 6.2. Mezi omezení byl rovněž přidán požadavek na rovnoměrný pokles teplot na povrchu předlitku.

Tabulka 6.2: Vstupni parametry pro model teplotnino pole												
Třída oceli	Omezení metalurgické	Omezení teplot	Omezení teplot									
	délky	v místě rovnání	na konci ZPO									
11378	$15 < M < 20 \ [m]$	1000 - 1200 [°C]	700 - 800 [°C]									

Výsledky optimálního řízení ZPO pomocí optimalizace hejnem světlušek jsou uvedeny na obrázku 6.5. Z obrázku je vidět, že všechna omezení byla splněna. Je zde rovněž uvedena výsledná licí rychlost a součinitelé přestupu tepla v sekundární zóně chlazení. Výsledek byl dosažen po 10 iteracích algoritmu při použití 6 světlušek. Za optimální hodnotu licí rychlosti algoritmus označil hodnotu 1,07 m/min při dosažení metalurgické délky 19,9 m. Metalurgická délka nedosáhla maximální povolené hodnoty (20 m). Přesto se algoritmus hodnotě 20 m velice přiblížil. Lze se právem domnívat, že bylo dosaženo alespoň lokálního extrému.

#### Zhodnocení použité metody

Z obrázku 6.5 je patrné, že optimalizační přístup pomocí hejna světlušek je schopen nalézt optimální řídící parametry ZPO. Mezi výhody tohoto algoritmu patři jeho flexibilita a možnost paralelních výpočtů. Světluščí algoritmus je však velice citlivý na nastavení parametrů  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , kdy nestačí pouze jejich doporučené nastavení, jak uvádí autor algoritmu [94]. Důležitý je rovněž startovní nástřel řídících hodnot. V některých testovaných případech algoritmus vůbec nekonvergoval ke globálnímu optimu a výpočet se musel pustit opakovaně. Další otázkou je počet světlušek. Uživatel musí učinit kompromis mezi rychlostí prohledávání rozhodovacího prostoru



Obrázek 6.5: Teplotní průběhy a zobrazení omezujících intervalů

a výpočtovou náročností. V případě, že jedna světluška představuje jeden výpočet 3-D numerického modelu teplotního pole je výpočet na jedné výpočetní stanici nereálný.

Nevýhodou je i samotná podstata algoritmu, pro který je numerický model teplotního pole "černou skřínkou", tedy optimalizační algoritmus nemá žádnou informaci, jak teplotní model funguje. Nicméně, podle kapitoly 4 a 5 máme přesnou představu, jak probíhá numerický výpočet a jak jednotlivé změny licích parametrů ovlivňují finální výsledek. Bylo by proto rozumné vytvořit takový heuristický algoritmus, jehož chování je přímo založeno na změnách procesu lití. Např. pokud zvýšíme průtok vody v některém z uzlů sekundární zóny, zvýšíme odvod tepla v místech, kde ke změně došlo. Právě na tomto principu jsou založeny následující algoritmy.

## 6.5 Regulátor pro optimální řízení ZPO

Při tvorbě regulačního algoritmu se vychází ze stejných požadavků na průběh teplotního pole, jako v kapitole 6.3. Opět se snažíme dosáhnout maximální licí rychlosti při splnění požadavku na kvalitu definovanou teplotními průběhy. Regulační algoritmus je založen na heuristickém přístupu inspirovaném metodou simulovaného žíhání (angl. simulated annealing). První zmínka o algoritmu simulovaného žíhání je z roku 1983. Byl vytvořen autory Kirkpatrick, Gelatt a Vecchi [41]. Poté byl algoritmus simulovaného žíhání aplikován do téměř všech optimalizačních odvětví. Hlavní výhodou algoritmu je jeho schopnost vyprostit se z lokálního extrému, např. oproti běžným gradientním metodám.

Inspirací metody je fyzikální děj probíhající při žíhání tuhého tělesa, které se používá k odstranění vnitřních defektů. Odtud také je odvozen název metody. Těleso se zahřeje na vysokou teplotu, která se postupně pomalu snižuje. Tím se umožní jeho atomům překonávat lokální energetické bariéry a dostat se do rovnovážných poloh. Postupné snižování teploty má za následek, že rovnovážné polohy atomu se stabilizují, takže při konečné teplotě žíhání, která je podstatně nižší než počáteční, jsou všechny atomy v rovnovážných polohách a těleso neobsahuje žádné vnitřní defekty. Základní myšlenkou je využití metody Monte Carlo a stochastických operátorů, díky kterým je s jistou pravděpodobností p přijato i řešení horší, než-li bylo řešení výchozí. Pravděpodobnost p se nazývá přechodová pravděpodobnost (angl. transition probability) popsaná vztahem [94]

$$p = e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}},\tag{6.9}$$

kde  $k_B$  je Boltzmanova konstanta (pro zjednodušení se často za  $k_B$  dosazuje k = 1), T je teplota pro regulaci procesu žíhání a  $\Delta E$  je změna úrovně energie. V nejjednodušším případě je  $\Delta E$  přímo spojená se změnou účelové funkce

$$\Delta E = \gamma \Delta f. \tag{6.10}$$

 $\gamma$  představuje reálnou konstantu (pro zjednodušení se obvykle bez újmy na obecnosti používá $\gamma=1).$  Tedy pro pravděpodobnost p platí

$$p(\Delta f, T) = e^{-\frac{\Delta f}{T}}.$$
(6.11)

Akceptování změny probíhá obvykle na základě stanovené prahové hodnoty náhodným číslem  $r \sim U(0, 1)$ . Změna je potom přijata, pokud je splněno

$$p = e^{-\frac{\Delta f}{T}} > r. \tag{6.12}$$

Pro algoritmus simulovaného žíhání je nezbytné správné nastavení počáteční teploty T. Pro změnu  $\Delta f$ , pokud je T příliš velké  $(T \to \infty)$  jde  $p \to 1$  a téměř všechny změny budou akceptovány. Pokud je T příliš malé  $(T \to 0)$  jde  $p \to 0$  a téměř pro všechny případy  $\Delta f > 0$  (hledání minima) nebudou přijaty. Tím přicházíme o možnost akceptování horšího řešení, a tedy hrozí uvíznutí v lokálním optimu. V tomto případě pro  $T \to 0$  se mění algoritmus simulovaného žíhání na případ gradientní metody, kdy jsou akceptovány pouze lepší řešení. Další důležitou otázkou je, jak snižovat po čas výpočtu hodnotu teploty T. Velice často se používají dva přístupy. Jeden snižuje hodnotu teploty lineárně a druhý geometricky.

$$T = T_0 - \beta \tau, \tag{6.13}$$

kde  $T_0$  je počáteční teplota,  $\tau$  je pseudo čas simulace a  $\beta$  je chladící poměr ve smyslu pro  $T \to 0$  když  $\tau \to \tau_f$  (nebo maximální počet iterací N). Z toho  $\beta = \frac{T_0 - T_f}{\tau_f}$ . V druhém případě geometrického poklesu teploty máme pro  $0 < \alpha < 1$ 

$$T = T_0 \alpha^{\tau}. \tag{6.14}$$

Výhodou druhého přístupu je vlastnost, že pro  $T \to 0$  když  $\tau \to \infty$ . Nemusíme tak pevně nastavovat počet iterací N. Volba parametru  $\alpha$  se nejčastěji nastavuje mezi  $\alpha = 0, 7 - 0, 99$ . Pseudo kód optimalizace pomocí simulovaného žíhání je v tabulce 6.3 a grafické znázornění jednotlivých iterací algoritmu na obrázku 6.6.

Mezi počtem iterací algoritmu a kvalitou řešení je tenká hranice. Jestliže je na dosažení řešení použito málo iterací, systém nemusí být stabilizován a následně je menší pravděpodobnost konvergence ke globálnímu optimu. Na druhou stranu, jestliže je k dosažení řešení nutný velký počet iterací, algoritmus konverguje ke globálnímu optimu pomalu. S tím je spojen dlouhý výpočtový čas. V obou těchto případech je dobré nastavit jinou počáteční hodnotu teploty  $T_0$  a provést výpočet znovu. Pokud máme k dispozici informaci, jakou maximální změnu může hodnota účelové funkce dosáhnout max  $\Delta f$ , pak pro danou pravděpodobnost  $p_0$  odhadneme nastavení počáteční teploty podle vztahu

$$T_0 = -\frac{\max \Delta f}{\ln p_0}.\tag{6.15}$$

```
        Tabulka 6.3: Pseudo kód optimalizace pomocí simulovaného žíhání [94]
```

```
1. [Initialize.] Objective function: f(x), \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T.
      Initialize initial temperature T_0.
      Set final temperature T_f and maximal number of iteration N.
      Define cooling schedule T \mapsto \alpha T, 0 < \alpha < 1.
2. [Generate.] Generate an initial guess x.
3. [While.] (T > T_f \text{ and } n < N).
               Move randomly to new location: \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \boldsymbol{\varepsilon}.
               Calculate \Delta f = f(\mathbf{x}_{n+1}) - f(\mathbf{x}_n) (random walk);
               Accept new solution if better;
               if not
                  Generate random number r;
                   Accept if p = \varepsilon [-\Delta f/T] > r;
               end if
               Update the best \mathbf{x}* and f*.
               n = n + 1;
4. [End While.]
5. [Output.] Post-processing the results and visualization.
```

Pokud tuto informaci nemáme, můžeme použít přístup, kdy začínáme na vysoké teplotě  $T_0$  (tak, že budou téměř všechny změny akceptovány) a následně rychle redukovat hodnotu teploty T tak, aby bylo přijato pouze 50% až 60% špatných možnosti. Poté použijeme novou hodnotu teploty jako teplotu počáteční  $T_0 = T$  a můžeme provést opakovaný výpočet s relativně pomalým chlazením.



Obrázek 6.6: Grafické znázornění průběhu algoritmu simulovaného žíhání

Na rozdíl od optimalizace hejnem světlušek pracuje algoritmus simulovaného žíhání pouze s jedním kandidátním řešením. Následující vyhodnocení tak musí vždy počkat na výsledek předchozí iterace. V tomto případě nemůžeme nijak jednoduše paralelizovat optimalizační výpočet.

#### Aplikace algoritmu

Optimalizace regulačním algoritmem (založeným na metodě simulovaného žíhání) byl testován na 2-D numerickém modelu teplotního pole [A15], [A22]. Jednu iteraci algoritmu opět představuje výpočet numerického modelu teplotního pole s různými vstupními parametry. Prezentovaný regulační algoritmus je přímo založen na principu, jak jednotlivé chladící okruhy ovlivňují teplotní rozložení předlitku. Nejdříve rozdělíme předlitek na jednotlivé úseky (chápáno ve směru lití), na jejichž hranicích vytvoříme body (kontrolní body), ve kterých budeme sledovat teploty. Tyto body můžeme například pro jednoduchost umístit vždy v místě konce chladícího okruhu. Dále v těchto bodech stanovíme doporučené teploty (při jejichž dodržení předpokládáme dosažení požadované kvality oceli). Teplota je v konkrétním bodě přímo ovlivněna nejbližším předcházejícím chladícím okruhem. Nepřímo je pak ovlivněna dalšími předchozími okruhy. Chladící okruhy, které jsou však umístěny až za zvoleným bodem nemají na jeho teplotu žádný vliv (tepelný tok proti směru lití je vzhledem k tepelnému toku ve směru lití zanedbatelný).

Regulační algoritmus je rozdělen do dvou částí. První (algoritmus I) upravuje intenzitu chlazení při konstantní licí rychlosti, zatímco druhá část (algoritmus II) maximalizuje licí rychlost. Na začátku uživatel definuje požadované teploty v jednotlivých bodech a algoritmus I vygeneruje náhodné hodnoty (pomocí rovnoměrného rozdělení) pro všechny součinitele přestupu tepla v jednotlivých chladících okruzích sekundární chladící zóny. Regulační algoritmus zavolá numerický model teplotního pole a na základě jeho výsledků upravuje hodnotu součinitelů přestupu tepla v jednotlivých okruzích. Splnění podmínky klesajícího teplotního trendu na povrchu předlitku (obrázek 6.2) je zpracováno kontrolou algoritmu, kde algoritmus I porovnává vždy teploty v po sobě jdoucích kontrolních bodech. Jestliže je v bodě i nižší teplota  $T_i$  než teplota  $T_j$  v bodě j, pro i < j, pak algoritmus sníží chladící intenzitu okruhu působícího před bodem i a zvyšují chladicí intenzitu okruhu působícího mezi modem i a j. Změna intenzit chlazení je provedena podle rovnice (6.14). V průběhu experimentu se ukázalo jako příznivé zvolit počáteční hodnotu energie  $E_0 = 1000$ . Nicméně je tato volba pro regulaci součinitele přestupu tepla pouze doporučená. Změna intenzity chladícího okruhu je rovněž úměrná vzdáleností od kontrolního bodu podle váhové funkce, která připisuje ovlivnění chladícího okruhu na vzdálenosti v intervalu (0;1)od kontrolního bodu. Okruh, který je blíže kontrolnímu bodu má vyšší hodnotu váhové funkce. Každý chladící okruh může mít různé modifikace chlazení od různých kontrolních bodů během jedné iterace. V tom případě se bere ta, která má nejvyšší absolutní hodnotu. Pseudo kód algoritmu I je uveden v tabulce 6.4.

Druhá část regulačního algoritmu hledá maximální hodnotu licí rychlosti, pro kterou jsou stále splněny dovolené teplotní intervaly. Základem algoritmu II je metoda půlení intervalu. Na začátku je nastaven interval, ve kterém je hledána hodnota licí rychlosti. Předpokládáme, že se jedná o konvexní spojitou funkci (existence pouze jednoho optima). Aby bylo možné rozhodovat o přípustnosti řešení (jsou splněny teplotní podmínky) pro danou licí rychlost, musí uživatel nastavit pevný počet iterací N algoritmu I. Jestliže algoritmus I dosáhne poslední iterace, přičemž nejsou nalezeny takové intenzity chlazení, pro které by byly splněny podmínky, vyhodnotí se licí rychlost jako nevyhovující a výpočet se opakuje pro novou hodnotu licí rychlosti. Algoritmus II v prvním kroku hledá přípustnost řešení ve středu intervalu. Pokud není přípustné řešení nalezeno, algoritmus II změní horní hranici za aktuální a pokračuje opakovaně. Po každém vyhodnocení se tak zkrátí interval na polovinu. Ve chvíli kdy dosahuje velikost intervalu předepsanou hodnotu, výpočet končí a algoritmus II vrací poslední hodnotu přípustné licí rychlosti. Psoudo kód algoritmu II je uveden v tabulce 6.5.

Testování regulačního algoritmu probíhalo opět na 2-D numerickém modelu teplotního pole jako v případě optimalizace hejnem světlušek. Rovněž parametry omezující metalurgickou délku a průběhy teplot byly zachovány podle tabulky 6.2. Počáteční hodnota energie byla nastavena na hodnotu  $E_0 = 1000$  a její snižování probíhalo geometricky s koeficientem  $\alpha = 0, 8$ . Z důvodu rychlosti konvergence byla rovněž stanovena minimální hodnota energie  $E_{min} = 100$ . Po jejím dosažení se nadále hodnota energie nesnižovala. Interval licí rychlosti byl nastaven 0,5 - 2,0 m/min což přibližně odpovídá licím schopnostem uvažovaného ZPO. Maximální hodnota součinitele přestupu tepla pod tryskou byla na základě experimentů stanovena na  $htc_{max} = 2000 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Váhy stanovující závislost teploty kontrolního bodu na chladícím okruhu byly nastaveny vždy pro dva předcházející okruhy s hodnotami 0,8 pro bližší a 0,2 pro vzdálenější

```
Tabulka 6.4: Pseudo kód regulačního algoritmu pro nastavení intenzit chlazení
1. [Initialize.] Set initial energy E_0.
     Set position for controlling_points (1,\ldots,n).
     Set desire temperature T_f and maximal number of iteration N.
2. [Define.] \forall cooling_circuit[j] \longrightarrow \max\_htc[j] (1, ..., m).
              \forall controlling_point[i] \longrightarrow T[i], weight[i], [j] (0 - 1).
3. [Generate.] Generate cooling intensites for each nozzle htc.
4. [Run.] Run numerical model.
5. [While.] (\forall controlling_points are not satisfied).
             for i = 1:n
                if T[i] > upper boundary
                cooling_modification = energy * weight * \varepsilon;
                append cooling modification for increasing intensity.
                end if
                if T[i] < upper boundary
                cooling_modification = energy * weight * \varepsilon;
                append cooling_modification for decreasing intensity.
                end if
             end for
             for i = 1: n - 1
                if T[i] < T[i+1]
                cooling_modification = energy * weight * \varepsilon;
                append cooling_modification for increasing and decreasing
                intensity in relevant cooling_circuits.
                end if
             end for
             for j = 1:m
                final_cooling_modification[j] = max {|cooling_circuit[j]|};
                modify the intensity of the cooling circuit
             end for
             Run numerical model.
             decrease energy E = E_0 \alpha^{\tau}, \tau = \tau + 1.
6. [End While.]
7. [Output.] Return cooling intensities for each nozzle.
```

okruh. Počet iterací algoritmu I byl nastaven na N = 25. Po těchto iterací bylo rozhodnuto, zda je řešení přípustné či nikoliv.

Výsledek je graficky znázorněn na obrázku 6.7. Celkový počet iterací se pohybuje v průměru kolem 150. Licí rychlost dosáhla hodnoty  $1,02 \,\mathrm{m/min}$  a metalurgická délka dosáhla maximální dovolené hodnoty  $20 \,\mathrm{m}$ .

#### Zhodnocení použité metody

Z obrázku 6.7 je patrné, že optimalizační přístup pomocí regulačního algoritmu je schopen nalézt optimální řídící parametry ZPO. Hlavní výhodou tohoto algoritmu je, že poskytuje velice robustní přístup. Na rozdíl od světluščího algoritmu, kdy se pro některý počáteční nástřel nepodařilo vůbec dosáhnout nalezení optima, se regulační algoritmus vždy k optimálnímu stavu dostatečně přiblížil. Ze srovnání výsledků regulačního algoritmu a optimalizací hejnem světlušek vyplývá, že oba heuristické přístupy dosáhly podobné, ne však stejné optimum (což vychází s podstaty heuristických metod, kde není dosažení globálního optima zaručeno). Regulační al-

```
Tabulka 6.5: Pseudo kód regulačního algoritmu pro nastavení licí rychlosti
```

```
    [Initialize.] Set upper and lower value.
Set ε value.
    [While.] (upper - lower ≤ ε).
casting_speed = (upper + lower)/2;
Run algorithm I under fixed casting_speed.
if solution is feasible
upper = casting_speed;
else
lower = casting_speed;
end if
    [End While.]
    [Output.] Return casting_speed solution, post-processing results and
```

```
visualization.
```



Obrázek 6.7: Teplotní průběhy a zobrazení kontrolních bodů

goritmus je podobně jako světluščí algoritmus citlivý na nastavení koeficientů  $(E_0, \alpha, N)$ . Jejich nastavení vyžaduje expertní znalost problému. Z výsledku simulace byl rovněž nepříjemný celkový počet iterací. Výpočtový čas sice v případě 2-D sítě nebyl žádným problémem, ale na využití s 3-D geometrií není algoritmus zcela vhodný. Přispívá k tomu ještě problém s paralelizací výpočtu.

## 6.6 Fuzzy regulátor pro optimální řízení ZPO

V posledních několika letech jsme svědky rychlého rozvoje fuzzy logiky a jejích aplikací [60], [68]. Fuzzy logika představuje schopnost napodobit lidské myšlení, které efektivně využívá spíše přibližný než přesný způsob uvažování. Tím můžeme do výpočtu zanést tolerance vycházející z nepřesných a náhodných faktorů. Základem fuzzy logiky je pojem fuzzy množina, který představil v roce 1965 v prvotní práci Zadeh [95]. Lukasiewiczova tříhodnotová logika zavedla mezi pravdivý a nepravdivý výrok výrok "možný". Zanedlouho vznikly pojmy čtyřhodnotová, pětihodnotová



Obrázek 6.8: Ukázka fuzzy množiny

logika a nakonec zobecnění na nekonečně mnoho možných hodnot. Fuzzy logika je speciálním případem vícehodnotové logiky, kdy je příslušnost prvku do množiny vyjádřena v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ . Pro dolní hranici 0 prvek do množiny nenáleží a pro 1 můžeme říct, že s určitostí do této množiny patří. Fuzzy logika tedy dovoluje modelovat situace, kdy jsou podmínky ze své podstaty nepřesně definovány. Fuzzy množina je zobecněním pojmu množina [60], [68].

- Nechť  $X \neq \emptyset$  je množina a  $\mu_A : X \to \langle 0; 1 \rangle$  je zobrazení. Fuzzy množinou A na X (fuzzy podmnožinou A množiny X) rozumíme množinu všech dvojic  $\{(x, \mu_A(x)); x \in X, \mu_A(x) \in \langle 0; 1 \rangle\}$  a píšeme  $A = (X; \mu_A)$ . Množina X je univerzum, zobrazení  $\mu_A$  je funkce příslušnosti fuzzy množiny A a  $\mu_A(x)$  je stupeň příslušnosti prvku  $x \ge A$  pro  $\forall x \in X$ .
- Zobrazení  $\mu_A$  je definováno pro  $\forall x \in X$ . Pro  $\forall x \notin X$  klademe  $\mu_A(x) = 0$ .
- Nosičem (základem) fuzzy množiny A rozumíme množinu Supp  $A = \{x \in X; \mu_A(x) > 0\}.$
- Jádrem fuzzy množiny A rozumíme množinu Ker  $A = \{x \in X; \mu_A(x) = 1\}.$

Dále předpokládejme, že uvažované fuzzy množiny jsou definovány na tomtéž univerzu X.

- Fuzzy množina A je podmnožinou fuzzy množiny B a píšeme  $A \subset B$ , jestliže  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$  pro  $\forall x \in X$ .
- Fuzzy množiny A a B jsou si rovny a píšeme A = B, jestliže  $\mu_A(x) = \mu_B(x)$  pro  $\forall x \in X$ .
- Průnik fuzzy množin A a B je fuzzy množina  $A \cap B$ , kde  $\mu_{A \cap B}(x) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$  pro  $\forall x \in X$ .
- Sjednocením fuzzy množin A a B je fuzzy množina  $A \cup B$ , kde  $\mu_{A \cup B}(x) = \max \{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$  pro  $\forall x \in X$ .
- Doplňkem fuzzy množiny A rozumíme fuzzy množinu  $\overline{A}$ , kde  $\mu_{\overline{A}}(x) = 1 \mu_A(x)$  pro $\forall x \in X$ .
- Součinem fuzzy množin A a B rozumíme fuzzy množinu  $A \cdot B$ , kde  $\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$ pro  $\forall x \in X$ .
- Součtem fuzzy množin A a B rozumíme fuzzy množinu A + B, kde  $\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$  pro  $\forall x \in X$ .

I TO IIDOVOINO TUZZ	$\frac{1}{2}$ millioning $11, D, O$	plati	
$A\cap B=B\cap A$	$A \cup B = B \cup A$		$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
$A\cup \emptyset = A$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$A \cup X = X$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
$A \cap A = A$	$A \cup A = A$	$A \cap X = A$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$\overline{\overline{A}} = A$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
$A \cdot B = B \cdot A$	A + B = B + A	$A + \emptyset = A$	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
$A \cdot X = A$	A + X = X	$A \cdot \emptyset = \emptyset$	A + (B + C) = (A + B) + C
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$		

• Pro libovolné fuzzy množiny A, B, C platí

- Nechť  $\alpha \in \langle 0; 1 \rangle$ .  $\alpha$ -násobkem fuzzy množiny A rozumíme fuzzy množinu  $\alpha A$ , kde  $\mu_{\alpha A}(x) = \alpha \mu_A(x)$  pro  $\forall x \in X$ .
- Nechť  $\alpha \in \langle 0; 1 \rangle$ .  $\alpha$ -řezem fuzzy množiny A rozumíme množinu  $A_{\alpha} = \{x \in X; \mu_A(x) \ge \alpha\}$ .

Fuzzy logika pracuje obecně s neurčitými výrazy běžnými v hovorové řeči jako jsou slova pomalý, rychlý, malý, velký, střední, vysoký, atd. Ukázka fuzzy množiny je na obrázku 6.8, kde je na ose x vynesena teplota pro kterou máme tři fuzzy množiny studený, teplý, horký. Podobně budeme přistupovat k řešené problematice.

#### Aplikace algoritmu

Součástí práce bylo vytvoření původního algoritmu na problém optimálního řízení bramového plynulého lití oceli [A16], jehož základem je fuzzy regulátor. Vstupem algoritmu jsou dovolené teplotní intervaly pro povrchové teploty v určitých místech ZPO. Tyto intervaly jsou voleny pro konkrétní značku oceli a musí být určeny experty. Jejich hodnoty korespondují s požadavky na výslednou strukturu (kapitola 2) a kvalitu (kapitola 3) pro danou značku oceli. Volba tzv. kontrolních bodů, tedy míst kde se hlídá hodnota povrchové teploty, byla stanovena vždy za každým chladícím okruhem (uprostřed široké strany) v místě malého a velkého rádiu. Pro ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. (tabulky 5.1 a 5.4) bylo celkem zvoleno 16 kontrolních bodů, 8 na malém a 8 na velkém rádiusu (obrázek 5.6). Hlavní pozornost se přitom věnuje malému rádiusu, jehož povrch je při rovnání více namáhán a tedy více náchylný k tvorbě vad.

Optimalizační algoritmus v prvním kroku náhodně zvolí parametry lití (vstupní parametry numerického modelu, hodnoty chlazení a hodnotu licí rychlosti) v předepsaných mezích (maximální intenzita chlazení daná průtokem vody konkrétního čerpadla, maximální licí rychlost daná konstrukcí ZPO). Pro tyto parametry je následně spočítáno teplotní pole. V druhém kroku algoritmus porovná výsledné teploty s předepsanými. Hodnotu jejich rozdílu označíme jako chybu, na jejímž základě algoritmus modifikuje parametry lití. Tyto kroky probíhají opakovaně, dokud není nalezen optimální stav. Rozhodování na změnu chladících intenzit je prováděno pomocí fuzzy logiky. Např. pokud je chyba v kontrolním bodě velká (velký rozdíl požadované teploty a vypočítané), modifikace je také velká. Tato fuzzy pravidla jsou aplikována pro každý licí okruh. Modifikace licí rychlosti je rovněž založena na fuzzy pravidlech. Např. jestliže je celková chyba malá (celkový rozdíl ve všech kontrolních bodech) a zároveň je metalurgická délka krátká, pak modifikace licí rychlosti bude velká. Vyhodnocením těchto pravidel je dosaženo požadovaného výsledku. Algoritmus je potom schopen nalézt optimální parametry lití na konkrétním ZPO pro konkrétní značku oceli. Pseudo kód tohoto algoritmu je zapsán v tabulce 6.6.

Fuzzy pravidla, která modifikují licí parametry, vycházejí ze vzájemného vlivu těchto parametrů na povrchové teploty v kontrolních bodech. Teploty v kontrolních bodech jsou nejvíce ovlivněny dvěma předchozími chladícími okruhy. Trysky, které se nacházejí v bezprostřední blízkosti kontrolního bodu, ovlivňují jeho teplotu nejvíce. Vztah chladícího okruhu a teploty v kontrolním bodě je expertně vyjádřen hodnotou v rozsahu 0 - 10, která vyjadřuje vzdálenost okruhu od kontrolního bodu. Fuzzy množinu pracující se vzdáleností označíme jako "impakt". Fuzzy pravidla použitá pro modifikaci mají následující formu: *Jestliže chyba je A1 a impakt je A2, pak modifikace je A3*. Tyto pravidla popisuje Tabulka 6.7, [A16], [A17]. Tabulka 6.6: Pseudo kód fuzzy regulačního algoritmu

```
[Initialize.] Set position for controlling points (1, \ldots, n).
1.
2. [Define.] \forall cooling circuit[j] \longrightarrow \max_{\text{flow}}[j].
                \forall controlling_point[i] \longrightarrow range[i], impact[i], [j] (0 - 10).
3. [Generate.] \forall circuit[j] randomly generate starting values
                 (0 - \max_{j}).
4. [Run.] Run numerical model \rightarrow error[i], metalurgical_length.
5. [While.] \forall controlling_point[i] \notin range[i].
               for j = 1 : m
                  modification[i], [j] = fuzzy logic flow protocol;
                  (\operatorname{error}[i], \operatorname{impact}[i], [j]).
                  \max_{i} \operatorname{modification}[j] = \max_{i} \{ | \operatorname{modification}[i], |j| | \};
                  new_flow[j] = old_flow[j] + max_modification[j] * max_flow[j];
                  + max_modification[j] * max_flow[j].
               end for.
               \max\_error = \max_i \{|error[i], [j]|\}.
               speed_modification = fuzzy logic speed protocol(max_error,
               metalurgical_length).
               new_casting_speed = old_casting_speed * speed_modification.
              Run numerical model \rightarrow new_error[i], new_metalurgical_length.
6. [End While.]
7. [Output.] Optimal flow \forall circuit[j], Optimal casting_speed.
```

Tabulka 6.7: Závislost modifikace chlazení A3 na hodnotě chyby A1 a impaktu A2

A2 / A1	Velmi Malá	Malá	Střední	Velká
Malá	Velmi Malá	Velmi Malá	Malá	Malá
Střední	Velmi Malá	Velmi Malá	Malá	Střední
Velká	Velmi Malá	Malá	Střední	Velká

V některých případech může mít jeden chladící okruh několik různých modifikací. Jestliže tento případ nastane, pak se bere ta, která má největší absolutní hodnotu. Jako defuzzifikační metoda je použita hodnota těžiště výsledné množiny (obrázek 6.9). Jestliže navíc celková absolutní chyba ve všech kontrolních bodech nepřesahuje daný limit, algoritmus použije modifikaci licí rychlosti. Důvod tohoto omezení spočívá v tom, že jestliže je celková chyba veliká, pak je momentální řešení příliš vzdáleno od optimálního. Tedy několik iterací stabilizuje proces a poté se upraví licí rychlost. Pravidla pro modifikaci licí rychlosti jsou: Jestliže celková chyba je A4 a metalurgická délka je A5, pak modifikace je A6. Tato pravidla popisuje Tabulka 6.8, [A16], [A17]. Ukázka aplikace fuzzy pravidel je na obrázku 6.9.

Tabulka 6.8: Závislost licí rychlosti A6 na hodnotě celkové chyby A4 a metalurgické dálky A5

,	inka 0.0. Zuvisiosi ilei ryeniosti 110 na nounoie eenove engog 114 a metalargiene aang												
	A4 / A5	Velmi Malá	Malá	OK	Velká	Velmi Velká							
	Malá	Více	Trochu Více	Trochu Více	Trochu Více	Méně							
	Střední	Trochu Více	Neměnit	Neměnit	Neměnit	Trochu Méně							

Aby bylo možno porovnat fuzzy regulační algoritmus, byl první testovaný výpočet proveden na 2-D numerickém modelu teplotního pole jako v případě předcházejících algoritmů. Omezující parametry odpovídají tabulce 6.2. Hodnota impaktu byla (podobně jako u regulačního algoritmu) pro všechny kontrolní body rozprostřena vždy mezi dva předcházející okruhy. Tyto



Obrázek 6.9: Schéma fuzzy pravidel na modifikaci chlazení

okruhy ovlivňují teplotu v kontrolním bodě nejvíce. Konkrétní expertní hodnota pak byla zvolena 8 pro nejbližší chladící okruh a 2 pro okruh vzdálenější, s vyjímkou posledního kontrolního bodu. Pro ten má nejbližší chladící okruh (okruh ZPO 12 a 13) dlouhou vzdálenost podél ZPO, a tedy jeho hodnota impaktu je 9 a 1 pro okruh vzdálenější. Fuzzy pravidla odpovídají tabulkám 6.7 a 6.8 a jejich rozložení je ekvidistantní podél odpovídajícího univerza. Výsledek je graficky znázorněn na obrázku 6.10. Celkový počet iterací se pohybuje v průměru kolem 50. Počet iterací nikdy nepřekročil 65. Licí rychlost dosáhla hodnoty 0,99 m/min a metalurgická délka dosáhla maximální dovolené hodnoty 20 m.

#### Zhodnocení použité metody

Z obrázku 6.10 je patrné, že optimalizační přístup pomocí fuzzy regulačního algoritmu je schopen nalézt optimální řídící parametry ZPO. Mezi výhody můžeme počítat robustnost algoritmu a především počet iterací, který v žádné z testovaných simulací nepřekročil hranici 65. Další výhodou algoritmu je, že jeho řešení není závislé na velkém počtu parametrů, jako tomu bylo u optimalizace hejnem světlušek nebo u regulačního algoritmu. Jediné co ovlivňuje konvergenci, je velikost jednotlivých teplotních rozmezí. Pokud uživatel zvolí větší toleranci teplotních rozmezí, nalezne algoritmus přípustné řešení v kratší době. Každé řešení vychází z předchozího, tedy stejně jako u regulačního algoritmu není možná přímočará paralelizace optimalizačního výpočtu. Univerzálnost algoritmu a počet iterací jsou však dobrým důvodem k nasazení fuzzy regulačního algoritmu na 3-D model teplotního pole.



Obrázek 6.10: Teplotní průběhy a zobrazení kontrolních teplotních intervalů

# 6.7 Implementace fuzzy regulátoru na 3-D numerický model teplotního pole

Nasazení fuzzy regulátoru bude prezentováno pro tři použité značky ocelí s různým obsahem uhlíku (11378, 21425, 32963). Intervaly teplot a hodnoty impaktů jsou vždy v místech za chladícím okruhem a popsány v tabulce 6.9. Toto nastavení však není závazné. Pro konkrétní ocel volí požadované teplotní průběhy uživatel, který by měl volbu provést na základě napjatostních charakteristik dané oceli. Hodnoty impaktu, tedy ovlivnění kontrolního bodu předcházejícími okruhy, je zvoleno expertně a bylo pro konkrétní instalaci ZPO testováno pro různé případy. V tabulce jsou tedy uvedeny pouze intervaly teplot a impaktů, pro které byla optimalizace licích parametrů provedena v následujícím textu.

			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			01	J				9	
Segment/Okruh	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	1200	1180	1140	1120	1100	-	1040	-	1000	-	700	-
Nahoře	1300	1250	1200	1180	1160	-	1100	-	1060	-	900	-
	°C	°C	$^{\circ}\mathrm{C}$	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C	$^{\circ}\mathrm{C}$	°C
impakt	9; 0	3; 7	3; 7	2; 8	8; 2	-	8; 3	-	6; 3	-	8; 3	-
	1200	1180	1140	1120	-	1100	-	1040	-	1000	-	700
Dole	1300	1250	1200	1180	-	1160	-	1100	-	1060	-	900
	°C	°C	$^{\circ}\mathrm{C}$	$^{\circ}\mathrm{C}$	°C	°C	°C	°C	°C	°C	$^{\circ}\mathrm{C}$	°C
impakt	9; 0	3; 7	3; 7	2; 8	-	8; 2	-	8; 3	-	6; 3	-	8; 3

Tabulka 6.9: Zvolené teplotní intervaly pro jednotlivé chladící okruhy

Pro provedení optimalizace zbývá doplnit poslední omezující parametry podle (6.2). Omezení rozsahu metalurgické délky je stejné jako v případě 2-D numerického modelu, tedy 15 - 20 m. Hodnoty maximálních a minimálních průtoků v jednotlivých zónách jsou v tabulce 6.10. Grafické

výsledky jsou zobrazeny v grafech6.11 - 6.22a číselné hodnoty v tabulkách6.11 - 6.13.

200	2 as all a offer high and high												
Okruh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Minimální	28,8	40	$51,\!5$	38,4	50	26,4	26,4	26,4	26,4	22	22	31,2	31,2
průtok	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min
Maximální	139	60	171	128	148	112	112	112	112	94	94	148	148
průtok	l/min	l/min	$l/\min$	$l/\min$	l/min								

Tabulka 6.10: Maximální a minimální průtoky pro jednotlivé chladící okruhy

Tabulka 6.11: Výsledné optimální licí parametry pro ocel 11378

	Ι	Licí ryo	chlost :	= 0,79	m/mii	n	Výsledná metalurgická délka = $19,9935 \mathrm{m}$						
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	133	50	123	94	82	26	30	26	26	24	24	119	139
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min



Obrázek 6.11: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)



Obrázek 6.12: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 6.13: Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 6.14: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

#### Algoritmy optimálního řízení ZPO

Podle obrázku 6.14 prochází teplotní pole předepsanými intervaly při metalurgické délce blízké hodnotě 20 m (tabulka 6.11), která je blízká její maximální hodnotě. Zanmená to, že se pohybujeme blízko globálního optima. Hodnota licí rychlosti je zaokrouhlena na dvě desetinná místa a hodnoty průtoků na celá čísla. Hledaná licí rychlost dosáhla pro zvolená teplotní rozmezí hodnoty 0,79 m/min. Pro okruhy 6, 8 a 9 byla nalezená hodnota průtoku, která je minimální možná.

	Tabui	$\mathbf{R}$	∠. vy.	sicune	opum	iuiiii i	$\iota \iota \iota \mu u$	unici	g pro	ULLI A	51420		
	Ι	Licí ryo	chlost :	= 0,80	m/mii	1	Výsledná metalurgická délka = 19,8691 m						
Průtok vody	1	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$						8	9	10	11	12	13
$\operatorname{sekund}\operatorname{árn}$ í	134	50	125	55	71	30	49	26	26	24	34	131	139
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka 6.12: Výsledné optimální licí parametry pro ocel 21425



Obrázek 6.15: Teplotní pole na povrchu předlitku (21425)



Obrázek 6.16: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (21425)



Obrázek 6.17: Průběhy izolikvidy a izosolidy (21425)



Obrázek 6.18: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (21425)

#### Algoritmy optimálního řízení ZPO

U oceli 21425 je situace obdobná. Metalurgická délka dosáhla téměř svého maxima a všechny teplotní průběhy prochází požadovanými rozmezími. V případě okruhu 8, 9 dosáhl průběh chlazení minimální hodnoty.

	]	Licí ryo	chlost :	= 0,77	m/mi	n	Výsledná metalurgická délka = 19,9697 m							
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
sekundární	35	50	60	53	50	26	26	26	26	22	22	72	77	
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	

Tabulka 6.13: Výsledné optimální licí parametry pro ocel 32963



Obrázek 6.19: Teplotní pole na povrchu předlitku (32963)



Obrázek 6.20: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (32963)


Obrázek 6.21: Průběhy izolikvidy a izosolidy (32963)



Obrázek 6.22: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (32963)

Pro ocel 32963 nalezl fuzzy regulační algoritmus rovněž optimální hodnoty chlazení. Pro ocel tohoto chemického složení (velký obsah uhlíku) by však bylo lepší změnit požadované dovolené teplotní intervaly, aby lépe odpovídaly daným mechanickým vlastnostem. Pro chladící okruhy 6 - 11 zvolil algoritmus minimální hodnoty.

Teplotní intervaly pro optimalizační algoritmus byly účelově voleny tak, aby se v místě rovnání předlitku dosáhlo vyšších hodnot povrchové teploty. Pro testované oceli je proto vhodné nastavovat intenzitu některých chladících okruhů na jejich minimální hodnoty. Pokud by v těchto okruzích byla nasazena tryska pracující s menším průtokem, došlo by k lepším regulačním možnostem. Touto problematikou se zabývá kapitola 7.

#### 6.8 Optimální vztah mezi licí rychlostí a regulací sekundárního chlazení

Vedle optimalizačního nastavení licích parametrů (licí rychlosti a intenzity chlazení v sekundární zóně), je důležitý i jejich vzájemný optimální vztah [A15]. V mnohých provozech je řízeno ZPO za předpokladu lineární závislosti mezi změnou licí rychlosti a intenzity chlazení sekundární chladící zóny. Při hledání optimální závislosti mezi licí rychlostí a intenzitou chlazení můžeme použít prezentovaný model. Optimalizační omezení teplotních intervalů jsou volena opět podle tabulky 6.9. Tyto intervaly včetně omezení na metalurgickou délku musí být dodrženy pro každou zvolenou licí rychlost. Optimalizační algoritmus postupně hledal intenzitu chlazení pro různé konstantní zvolené licí rychlosti, v rozmezí od 0,7 do 1,0 m/min po 0,05 m/min. V případě licí rychlosti 0,7 m/min již algoritmus nenalezl přípustné řešení splňující všechny omezení (metalurgická délka překročila svoji minimální mez). Obdobný problém nastal u licí rychlosti 1,0 m/min (metalurgická délka překročila svoji maximální mez). Z tohoto důvodu hranice tohoto rozmezí rychlosti nevyhovují. V případě potřeby regulovat sekundární chlazení pro nižší resp. vyšší hodnoty licí rychlosti, by bylo nutné změnit některá z omezení (teplotní intervaly, rozmezí metalurgické délky). Výsledky jsou uvedeny pro ocel 11378.

Pro jednotlivé licí rychlosti nalezl optimalizační algoritmus hodnoty průtoků potřebných k dosažení požadovaného teplotního pole. Z důvodu určení trendu regulace pro jednotlivé licí okruhy v závislosti na změně licí rychlosti, byly provedeny regresní analýzy [19]. Lineární závislost vykazovala statisticky nevýznamné hodnoty. Z pohledu statistické významnosti nejlepší výsledky vykazovala tzv. kvadratická regrese podle vztahu

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2, \tag{6.16}$$

kde závisle proměnná y představuje průtok  $\dot{m}_j$  v daném okruhu j a nezávisle proměnná x licí rychlost  $v_z$ .  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  a  $\beta_2$  jsou regresní koeficienty. Výsledky regresní analýzy jsou vidět na obrázku 6.23 a v tabulkách 6.14 a 6.15. V těchto grafech je zároveň hodnota koeficientu determinace  $R^2$ vyjadřující vhodnost použití kvadratické regrese [19].

Z výsledků pro jednotlivé chladící okruhy je zřejmá rozdílnost jejich trendů. Vyjma chladícího okruhu 2, který ochlazuje pouze boční stěny předlitku a tedy nemá praktický žádný vliv na teplotní profily ve středu malého a velkého rádiusu (obrázek 6.23), je pro všechny chladící okruhy zřejmá nelineární závislost mezi licí rychlostí a jednotlivými průtoky. Tedy původní předpoklad lineárního růstu průtoku vody na licí rychlosti je z hlediska optimálního udržení teplot povrchu nepoužitelný. Tyto nelinearity mohou být např. způsobeny změnou tvaru součinitele přestupu tepla pod jednotlivými tryskami v závislosti na změně průtoku.

V prvních chladících zónách se vyskytují velké residua mezi hodnotou regresní funkce a hodnotou průtoku pro daný okruh. To je především způsobeno odvodem tepla krystalizáto-



Obrázek 6.23: Optimální vztah mezi licí rychlostí a intenzitou chlazení v sekundární chladící zóně

rem, který se rovněž mění se změnou licí rychlosti. Zajímavější hodnoty máme pro okruhy 5 - 13, což rovněž dokládá koeficient determinace. Tato podkapitola však pouze demonstruje možnosti



Tabulka 6.14: Regresní optimální vztah mezi licí rychlostí a intenzitou chlazení v sekundární chladící zóně



Tabulka 6.15: Regresní optimální vztah mezi licí rychlostí a intenzitou chlazení v sekundární chladící zóně

spojení optimalizačního algoritmu s numerickým modelem teplotního pole. Na přesné určení vztahu by bylo vhodné zmenšit dovolené teplotní rozmezí v jednotlivých kontrolních bodech. Tím by se zpřesnily výsledné hodnoty. Na druhou stranu by zmenšení teplotních rozmezí znamenalo rovněž zmenšení stavového prostoru a tedy intervalu licí rychlosti, pro které by byl algoritmus schopen nalézt přípustný stav. Naopak zvětšení teplotních rozmezí umožní pokrytí většího rozmezí licí rychlosti. Dále by bylo rovněž zajímavé hledání optimálního vztahu mezi licí rychlostí a intenzitou sekundárního chlazení pro rozdílné značky ocelí. Je zde totiž reálný předpoklad ovlivnění tohoto optimálního vztahu chemickým složením oceli.

#### 6.9 Použití fuzzy regulátoru v případě nestandartní situace

Při dlouhodobém provozu plynulého lití může nastat v některém z uzlů ZPO havarijní situace. Tyto situace jsou monitorovány měřením mnoha parametrů; teploty chladící vody, tlaku vody v chladícím okruhu, měření teplot termočlánky v krystalizátoru, měření pyrometry a teplotními skenery v sekundární a terciární zóně chlazení a další. Sledováním těchto měřených veličin může obsluha licího stroje regulovat proces lití a reagovat tak na jednotlivé výkyvy v provozu. V případě výpadku některého chladícího okruhu v sekundární zóně (např. způsobené výpadkem čerpadla) může operátor reagovat snížením licí rychlosti a zvýšeným chlazením okolních okruhů. Reakce obsluhy musí být velice rychlá, aby nedošlo k výraznému zhoršení kvality odlévané oceli nebo dokonce k průvalu tekutého jádra a dlouhodobé odstávce ZPO [A2], [A4]. Díky tomu, že numerický model teplotního pole není stacionární (4.1), mění se v čase, můžeme sledovat utváření teplotního pole v závislosti na dynamických změnách vstupních parametrů. Na obrázcích 6.24 - 6.27 je zobrazena změna teplotních průběhů v intervalu 10 min (pro případ lití oceli 11378 z tabulky 5.12), kdy došlo k vypnutí chladícího okruhu číslo 8 (tabulka 5.4).



Obrázek 6.24: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)

Jak je vidět z obrázku 6.26 a 6.27, výsledkem výpadku chladícího okruhu je nepravidelný růst tuhé kůry předlitku, opětovné ohřátí horního povrchu a mírné prodloužení metalurgické délky. Tyto události pak mohou mít nepříznivý vliv na kvalitu odlitého předlitku.



Obrázek 6.25: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 6.26: Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 6.27: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

Jak přesně upravit parametry lití v případě výpadku licího okruhu, aby tato nestandartní situace ovlivnila provoz minimálně, je poměrně těžké odpovědět. Na simulaci výpadku licího okruhu 8 použijeme fuzzy regulátor, kdy výpočet teplotního pole vychází z teplotního rozložení ustáleného bezporuchového stavu (počáteční podmínka). Fuzzy regulátorem upravené licí parametry jsou pak v tabulce 6.16 a výsledek úpravy na obrázcích 6.28 - 6.31. Z jejich srovnání s výsledky na obrázcích 6.24 - 6.27 před úpravou vyplývá značné zlepšení průběhu výsledných teplotních křivek.

		0	1		1		01	1 1		0			
	Ι	Licí ryo	chlost	= 0,82	m/mii	ı	Výsle	edná n	netalur	gická o	lélka =	= 19,89	$991\mathrm{m}$
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\operatorname{sekund}\operatorname{árn}$ í	133	50	76	64	60	65	63	0	26	48	25	97	93
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka 6.16: Výsledné optimální licí parametry pro případ poruchy na ocel 11378



Obrázek 6.28: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)

Operátor reálného provozu může využít kombinaci heuristické optimalizace a numerického modelu teplotního pole a připravit se na různé možné scénáře při odlévání oceli s různým chemickým složením. Ty pak může operátor použít v případě vzniku poruchy nebo omezení provozu. Variabilitu jak numerického modelu, tak regulačního algoritmu lze použít pro různá ZPO, která se liší svou geometrií, spektrem odlévaných značek, požadavky na kvalitu a mechanické vlastnosti finálního produktu, aj.



Obrázek 6.29: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 6.30: Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 6.31: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

## KAPITOLA 7

## Výmena trysky pro EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.

Pomocí postupů popsaných v kapitole 6 byla pro firmu EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. navržena optimalizace licí tratě, spočívající ve výměně trysky 100.638.30.24 za trysku 100.528.30. 24 [79]. Jak ukázaly analýzy, nebylo možné dosáhnout požadovaného zvýšení povrchové teploty na straně malého rádiusu snížením průtoků vody ve stávajících okruzích. Důvodem byly provozní limity průtoků použítých trysek, při jejichž překročení není zajištěná dostatečná atomizace vody. Před novým numerickým výpočtem bylo opět nutné proměření "nové" trysky Laboratoří přenosu tepla a proudění VUT FSI v Brně, a získání parametrů popisujících intenzitu chlazení [29]. Výsledkem byl soubor dat poskytující hodnotu součinitele přestupu tepla pod tryskou, jeho průběh v 3-D zobrazení a jeho závislost na průtoku vody a povrchové teplotě. Hlavním smyslem výměny trysky byla vyšší regulační schopnost "nové" trysky při nižších průtocích vody vzhledem ke stávajícímu stavu. Takto je možné udržování teplot povrchu malého rádiusu před místem rovnání předlitku na vyšších teplotách, a tím dosáhnout kladného efektu z hlediska kvality odlité oceli.

V rámci měření trysek byla provedena série experimentů, z nichž vybíráme pro srovnání tři případy (A, B, C) viz Tabulka 7.1.

Použitá tryska	Rychlost pohybu trysky [m/min]	Tlak vzduchu [bar]	Průtok vody [l/min]
A - 100.638.30.24	0.8	2	2.2
B - 100.638.30.24	0.8	2	3.8
C - 100.638.30.24	1.3	2	6.75
A - 100.528.30.24	0.8	2	2.2
B - 100.528.30.24	1.3	2	3.8
C - 100.528.30.24	1.3	2	6.75

Tabulka 7.1: Tabulka experimentů

Výsledky a porovnání trysek pomocí vybraných experimentů jsou v tabulkách 7.2 - 7.4. Je z nich vidět, že pouze v případě A, tedy pro malý průtok vody vypadají průběhy součinitele přestupu tepla pod tryskami podobně. Při zvýšení průtoku dosahuje původní tryska 100.638.30.24 vyšších hodnot (především v místě kolmém ke středu trysky) součinitele než "nová" tryska 100.528.30.24. Můžeme tedy konstatovat, že pro regulaci mírného chlazení má výměna trysky dobré předpoklady. To je ve shodě s charakteristikou trysek udávanou výrobcem viz obrázek 7.1. Bylo tedy možné vytvořit experiment pro průtok vody 1,51/min. Výsledky jsou zobrazeny v tabulce 7.5. V dalším kroku je nutná integrace trysky 100.528.30.24 do numerického modelu teplotního pole (kapitola 5).





Rozložení součinitele přestupu tepla



Intenzita chlazení na povrch předlitku





Rozložení součinitele přestupu tepla



Intenzita chlazení na povrch předlitku





Srovnání průběhů: (a) podélný řez (b) příčný řez



Obrázek 7.1: Charakteristiky trysek Lechler 100.638.30.24 a 100.528.30.24 [A29]

#### 7.1 Integrace trysky 100.528.30.24 do numerického modelu teplotního pole

Pro první porovnávací výpočet numerického modelu s tryskou 100.528.30.24 pro chladící okruhy (6, 8 a 10) malého rádiusu byl zvolen případ se vstupními parametry z tabulky 5.12. Výsledky simulace jsou na obrázcích 7.2 a 7.3.

Na první pohled je patrný, proti původním výsledkům z obrázků 5.7 - 5.10, hladší pokles teplot na vrchním rádiusu a rovnoměrnější růst skořepiny. Teplotní průběh na horním povrchu opět prochází pomocí pyrometrů naměřenými hodnotami a lze tedy konstatovat, že změna trysky nevedla k výrazným změnám v utváření teplotního pole, ale pouze k jeho mírnému zlepšení. To je důležitá informace pro výrobce, protože nemusí měnit sled zaběhnutých procesů. Pro režim minimálního průtoku novou tryskou 100.528.30.24. o hodnotě 1,51/min pro okruhy 6, 8 a 10 (tabulka 7.6) byl následně proveden výpočet, jehož výsledky jsou k dispozici na obrázcích 7.6 - 7.9 [A29].

Je patrné, že použitím minimálního průtoku pro chladící okruhy 6, 8 a 10 lze dosáhnout vyšších teplot horního povrchu předlitku. To je zřejmé z hodnot teplotního intervalu prvního pyrometru. Navíc chlazení v těchto zónách nemá prakticky žádný vliv na hodnotu metalurgické délky, která byla spočítána na hodnotu 19,3753 m. Pro požadavek udržení teplot na horním povrchu předlitku má integrace trysky 100.528.30.24 jednoznačně příznivý vliv. Začlenění do optimalizačního algoritmu je popsáno v kapitole 7.2.



Obrázek 7.2: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)



Obrázek 7.3: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 7.4: průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 7.5: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

#### Výmena trysky pro EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.

Třída oceli	Licí	Licí		Měrný tepelný tok Měrny					Měrný	tepel			
	rychlost	teplota	krysta	alizáto	rem - š	iroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
11378	0,794	1549		707927,6 669038,5									
	m/min	°C		$W/m^2$			$W/m^2$						
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	70,7	48,1	93,7	72,4	78,3	18,0	78,4	$18,\!0$	51,2	$15,\!0$	$38,\!8$	49,0	$78,\!5$
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka 7.6: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek 7.6: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)



Obrázek 7.7: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 7.8: průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 7.9: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

#### 7.2 Optimální řízení ZPO s tryskou 100.528.30.24

Po integraci trysky 100.528.30.24 do numerického modelu teplotního pole můžeme pomocí regulačního fuzzy algoritmu hledat nové parametry řízení ZPO způsobem popsaným v kapitole 6.6. Výsledky optimalizace jsou uvedeny v tabulce 7.7 a na obrázcích 7.10 - 7.13.

Z výsledků optimalizace je zřejmé, že pro okruhy 8 a 10 vyšla hodnota 181/min, tedy hodnota průtoku překračující původní minimální dovolenou hodnotu 26,4 pro okruh 8 resp. 22 pro okruh 10 (tab. 6.10). Výměnou trysky v okruzích 8 a 10 je tedy možno dosáhnout lepší regulační schopnosti za účelem dosažení vyšších povrchových teplot předlitku v místě rovnání. Ve srovnání s optimalizací, do které byla zapojena původní tryska (tab. 6.11) se rovněž nepatrně zvýšila hodnota licí rychlosti. Hodnota metalurgické délky dosahuje téměř maximální hodnoty 19,9110 m, což znamená, že se blížíme ke globálnímu optimu. Výměna původní trysky 100.638.30.24 za trysku 100.528.30.24 přináší několik výhod, a to lepší regulační schopnosti ZPO, hladší pokles teplot malého rádiusu a rovnoměrnější růst skořepiny. V současné době (začátek druhé poloviny roku 2012) se tryska s označením 100.528.30.24 integruje do ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. a čeká se na zpětnou verifikaci dosažených výsledků.

		0	1			1	01			0			
	Ι	Lici rychlost = 0.80 m/min				Výsledná metalurgická délka = 19,9110 m							
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	91	50	96	108	52	31	59	18	26	18	22	122	126
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka 7.7: Výsledné optimální licí parametry pro novou trysku na ocel 11378



Obrázek 7.10: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)



Obrázek 7.11: Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)



Obrázek 7.12: průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)



Obrázek 7.13: Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

### Závěr

Pro dosažení vysoké kvality plynule odlévaných ocelových předlitků (bram a sochorů) je nezbytná znalost tepelných pochodů při jejich výrobě [A14]. Toho lze dosáhnout numerickým řešením parciálních diferenciálních rovnic vedení tepla v předlitku a přenosu hmoty, spolu s provozními daty z provozů a poloprovozů. V rámci disertační práce byl vytvořen komplexní 3-D numerický model nestacionárního teplotního pole ocelového předlitku v reálné geometrii ZPO zachvcující teplotní rozložení při změně fáze [A18]. Modelování fázové přeměny lze uskutečnit několika přístupy. V práci byly testovány dvě klasické metody, metoda objemové entalpie a metoda efektivní tepelné kapacity. Oba přístupy byly porovnány výpočtem při totožném nastavení modelu. Prokázaly se výhody metody entalpie, proto se aplikovala do tvorby modelu. Při tom se předpokládá, že ze všech druhů přenosu tepla v pohybujícím se a postupně tuhnoucím předlitku je rozhodující vedení. Uvažovat tepelnou konvekci v tavenině a zohlednit ji v modelu zavedením tzv. efektivní tepelné vodivosti, kterou někteří autoři doporučují, se na základě měření na reálném předlitku ukázalo jako zbytečné. K řešení Fourierovy-Kirghoffovy rovnice se použila metoda konečných diferencí v explicitním tvaru. Explicitní formule sice přináší výpočtovou komplikaci ve vyhodnocování kritéria stability, přesto má přednost před implicitní formulí, protože jde o přenos tepla v soustavě se změnou fáze. Rešerší této problematiky bylo zjištěno, že i v oblasti komerčních programů se intenzivně pracuje na explicitních řešičích.

Přesnost řešení parciálních diferenciálních rovnic závisí na znalosti termo-fyzikálních vlastností materiálů a jejich změny s teplotou a na definici okrajových podmínek. Materiálové vlastnosti a jejich teplotní závislost byly stanoveny solidifikačním programem IDS, jehož výsledky se experimentálně ověřovaly na mnoha druzích ocelí s různým chemickým složením [A1], [A3], [A23]. Definice okrajových podmínek musí být provedena na konkrétní ZPO, v této práci ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Pro stanovení okrajových podmínek v primární zóně chlazení byla použita data této firmy, kdy model vychází z měřeného tepelného toku jednotlivých stěn krystalizátoru v závislosti na licí rychlosti a chemickém složení oceli [A20]. Pro okrajové podmínky v zóně sekundárního chlazení v místě ostřiku chladících trysek model zpracovává a interpoluje data ze sady měření Laboratoře přenosu tepla a proudění VUT FSI v Brně, která měření pro tento provoz provedla [A24]. V sekundární zóně, kde dochází ke kontaktu předlitku s válci, model dosazuje hodnotu tepelného toku z předlitku do válce rovnou tepelnému toku, který se přenáší z válců do okolí. V tomto případě se použilo empirického vztahu pro přirozenou konvekci kolem válcového tělesa. Oblast terciárního chlazení je charakteristická odvodem tepla pomocí přirozené konvekce, pro kterou model opět stanovuje okrajovou podmínku pomocí empirického vztahu.

Takto sestavený model byl verifikován ve spolupráci s firmou EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s., která poskytla část archivovaných provozních dat z roku 2011. Z těchto dat bylo zvoleno celkem 11 značek ocelí podle jejich četnosti lití a jejich obsahu uhlíku. Jednotlivé tavby pro tyto značky byly zprůměrovány za účelem porovnání experimentálních teplot z pyrometrů a vypočítaných teplot numerickým modelem. V práci je prezentována dobrá shoda provozních a vypočítaných teplot. Numerický model teplotního pole má obecné uplatnění, umožňující jakoukoli jeho modifikaci z hlediska geometrie předlitku, rozložení okrajových podmínek, značek ocelí, termo-fyzikálních vlastností, volby licích parametrů aj. Je tedy aplikovatelný pro každé bramové nebo sochorové ZPO. Samotný numerický model sice dává představu o procesu plynulého lití a rozložení teplot v jednotlivých řezech předlitku, nedává však návod jak minimalizovat vady finálních bram a zlepšit tak kvalitu lité oceli. Návrhem řešení tohoto problému se disertační práce rovněž zabývala v kapitole 3, 6 a 7. Z publikací a diskusí s odborníky vyplývá potřeba udržovat povrchové teploty předlitku v určitém intervalu teplot. Tento interval je např. funkcí chemického složení oceli, tažnosti, napětí a polohy. Jeho dodržení v provozu má předcházet tvorbě povrchových vad v místech zvýšeného namáhání. K tomuto účelu bylo vytvořeno několik optimalizačních algoritmů [A7], [A8], [A11], [A12], [A13], [A16], [A22].

Nalézt či vytvořit vhodný optimalizační algoritmus na konkrétní úlohu je složitý problém. Obecně neexistuje žádný optimalizační algoritmus, který dokáže efektivně řešit veškeré optimalizační úlohy. Každý optimalizační problém spadá do tzv. třídy složitosti (angl. complexity class), která určuje jeho výpočtovou náročnost. Pro některé dobře známé a často řešené problémy, např. tzv. problém obchodního cestujícího (angl. travelling salesman problem), již bylo nalezeno do jaké třídy náročnosti daný problém a jeho modifikace spadá. Pak je volba optimalizačního algoritmu snadnější. Pro optimalizaci regulace procesu plynulého lití nebo procesů analogických však tyto studie v obecné rovině neexistují. To je tedy hlavním důvodem, proč jednotliví autoři řešící problém optimalizace plynulého lití používají různé heuristické přístupy. Pro ty však neexistuje jejich vzájemné porovnání, protože autoři používali pro své modely teplotních polí různých zjednodušujících kritérií, různou velikost výpočetní sítě apod. Disertační práce předkládá původní optimalizační algoritmus, který je schopen nejenom nalézt řešení úlohy, ale zároveň je efektivní z pohledu výpočtového času.

Základem optimalizačních algoritmů použitých na problém plynulého lití oceli je schopnost iteračním vyhodnocováním výsledků numerického modelu teplotního pole stanovit takové parametry lití, které zaručí nalezení požadovaných teplotních průběhů. Pokud by byl formulován pouze požadavek na dosažení teplotních průběhů, jednalo by se o tzv. hledání přípustného stavu a zajištění kvality. Avšak kromě dosažení dobré kvality předlitku výrobce rovněž zajímá otázka produktivity lití. Do systému tedy přibude rovněž požadavek maximalizace licí rychlosti [A15]. Práce předkládá tři rozdílné optimalizační přístupy, na kterých je testován 2-D zjednodušený numerický model teplotního pole. Tyto přístupy jsou seřazeny v pořadí v jakém je autor práce aplikoval. Na své předchozí optimalizační přístupy, např. pomocí metod matematického programování, se autor pouze odkazuje. Hlavním vypovídajícím kritériem úspěšného heuristického algoritmu je počet vyhodnocování úlohy (iterací), než nalezne optimálního řešení. Snahou předvedených algoritmů je nalezení globálního optima, to však v případě heuristických algoritmů není zaručeno. V praxi je však jakékoli zlepšení stávajícího systému vnímáno pozitivně. Z prezentovaných algoritmů vyšel nejlépe algoritmus založený na fuzzy logice (nejmenší počet iterací numerického modelu) [A17]. Ten byl rovněž nasazen na 3-D numerický model teplotního pole, jehož výsledky jsou v práci uvedeny pro tři vybrané značky oceli.

Při dlouhodobém provozu plynulého lití může v některém z uzlů ZPO nastat havarijní situace [A2], [A4]. Obsluha ZPO nemůže okamžitě odstavit celý provoz, ale musí na danou závadu patřičně reagovat. Pozdní reakce znamená výrazné zhoršení kvality odlévané oceli nebo dokonce průval tekutého jádra a dlouhodobou odstávku ZPO. Práce jako příklad uvádí poruchu provozu způsobenou výpadkem jednoho z chladících okruhů sekundární zóny chlazení na ZPO. Optimální reakcí v případě uvedené poruchy se rozumí taková změna licích parametrů, která zachová teplotní pole v celém předlitku ve stejném nebo co nejbližším stavu, v jakém byl před poruchou. Díky kombinaci optimalizačního algoritmu [A17] a numerického modelu teplotního pole [A28] lze simulovat různé kombinace havarijních situací a případně pro ně tabelovat příslušné optimální reakce. Provoz EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. se vyznačuje velmi nízkým počtem mimořádných stavů a vysokou kvalitou bram. Na podrobnější analýzu těchto jevů proto nešla vytvořit statisticky významná analýza.

Pro obsluhu ZPO je rovněž zásadní vztah licí rychlosti a intenzity chlazení v sekundární chladící zóně, která je dána jednotlivými průtoky chladících okruhů. Můžeme konstatovat, že pro udržení konstantních optimálních teplotních průběhů se musí se vzrůstající licí rychlostí měnit hodnoty průtoků podle určitého kvantitativního vztahu. Nalezením optimálního vztahu mezi licí rychlostí a sekundární chladící zónou se práce rovněž věnuje [A15]. Ve většině provozů se používá mezi těmito veličinami lineární závislost, což však podle dosažených výsledků není příznivé. Výsledkem simulací byly nalezeny regresní vztahy mezi licí rychlostí a průtoky vody v jednotlivých chladících okruzích. Tyto vztahy jsou z hlediska regulace nelineární. Pro další zobecnění a začlenění těchto vztahů do běžného provozu by však byl nutný větší počet simulací pro oceli s různým chemickým složením.

Stanovení teplotních intervalů pro optimalizační model vychází z expertního odhadu a diskuse s odborníky firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Zde byla, z hlediska kvality bramy, jako kritická teplota povrchu označena teplota v místě rovnání předlitku, především na malém rádiusu, kde dochází ke vzniku vad [A29]. Tato teplota byla stanovena svou minimální hodnotou 1000 °C. Z výsledků získaných optimalizačním algoritmem vyplývá (pro udržení vyšších teplot malém rádiusu v místě rovnání) jeden zřejmý závěr pro všechny tři testované oceli. Hodnoty chladících okruhů před místem rovnání dosahovaly svých minimálních přípustných hodnot. Můžeme se tedy domnívat, že pokud umožníme jít s průtoky na menší hodnoty, dosáhneme lepšího výsledku. Zmenšení průtoků před místem rovnání je jediná možná cesta, jestliže chceme udržet přijatelné hodnoty licí rychlosti, jak dosáhnout vyšších teplot povrchu předlitku. Firmě EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. byla doporučena výměna trysky Lechler 100.638.30.24 v okruzích 6, 8 a 10 za trysku s označením 100.528.30.24 dovolující regulaci průtoku vody v menších hodnotách [A29]. Volba nové trysky byla založena na požadavku firmy zachovat stávající konfiguraci chladících zón, což tryska 100.528.30.24 umožňuje. Prvním krokem byla integrace trysky do numerického modelu teplotního pole a výpočty pro menší průtoky. To není možné bez experimentálního proměření trysky. Po tomto měření byly porovnány ostřikové charakteristiky obou trysek a nová data byla dosazena do numerického modelu. Z dosažených numerických poznatků je zřejmý příznivý vliv trysky 100.528.30.24 na průběh teplot ma malém rádiusu. Dalším krokem byl přepočet optimalizačního algoritmu, kterým se dosáhlo rovněž většího regulačního rozsahu a dosažení vyšších teplot v místě rovnání. Posledním zatím neuskutečněným krokem je zpětná verifikace numerického modelu s průběžně ukládanými provozními daty firmy. Nová tryska se nyní provozně nasazuje a je předpoklad, že již v druhém pololetí roku 2012 bude možné získat zpětné informace z archivovaných dat ZPO.

Přinos práce můžeme shrnout do následujících vět. Vytvořený numerický model teplotního pole může díky své obecnosti sloužit k predikci teplotního pole předlitků pro jakéhokoli sochorové tak bramové ZPO. Vytvořený optimalizační algoritmus může sloužit k dosažení lepší kvality ocelových předlitků při maximální možné produktivitě výroby. Dále dokáže např. nalézt optimální vztah mezi licí rychlostí a intenzitou chlazení nebo optimální reakci na vzniklou havarijní situaci. Navíc optimalizační model může posoudit vhodnost použitých trysek a doporučit spolu s experty jejich výměnu popř. jejich konfiguraci. Na závěr celý koncept numerického modelu teplotního pole a optimalizačního algorotmu může být použit k návrhu nových ZPO, k rekonstrukci stávajícího zařízení a jeho modernizaci.

V rámci disertační práce vznikla díky zobecnění problematiky řada numerických modelů teplotních polí tzv. materiálů se změnou fáze PCM. Na těchto modelech se rovněž využily optimalizační poznatky, které byly využity v návrzích optimální geometrie, pozice, volby materiálu a dalších. Tyto výsledky byly použity např. při řešení problému tepelné pohody, akumulace a úspory energie [31], [32] aj.

Dílčí výsledky práce byly využity v grantových projektech GA106/08/0606, Modelování

přenosu tepla a hmoty při tuhnutí rozměrných systémů hmotných kovových materiálů, 2008 - 2010, GAČR 106/09/0940, Numerický a stochastický model plynule odlévaných ocelových předlitků obdélníkového profilu, 2009 - 2011, GAP107/11/1566, Analýza vlivu metalurgicko-materiálových a technologických parametrů kontinuálně litých ocelových předlitků na jejich kvalitu a na stabilitu pochodu, 2011 - 2013, juniorských projektech VUT FSI FSI-J-10-8, Matematické modelování a optimalizace v průmyslových aplikacích, 2010, FSI-J-11-7, Optimalizace a numerické modelování úloh s fázovými a strukturálními přeměnami, 2011, FSI-J-12-22, Aplikace metod numerického modelování a optimalizace v inženýrských úlohách se změnou skupenství a struktur, 2012 a projektu ED0002/01/01 - NETME Centre.

# Seznam použitých veličin

Veličina	Symbol	Jednotka
Plocha	A, S	$m^2$
Měrná tepelná kapacita	c	$\rm J/kgK$
Efektivní tepelná kapacita	$c_{eff}$	$\mathrm{J/m^{3}K}$
Difúzní koeficient	D	$\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$
Délka	d	m
Parametr optimalizace (změna úrovně energie)	$\Delta E$	—
Ferrostatický tlak	$F_p$	Pa
Podíl tuhé fáze	$f_s$	_
Objemová entalpie	H	$\mathrm{J/m^3}$
Tloušťka bramy	h	$\mathrm{mm}$
Součinitel přestupu tepla	htc	$ m W/m^2K$
Redukovaný součinitel přestupu tepla	$htc_r$	$ m W/m^2K$
Součinitel přestupu tepla pro přirozenou konvekci	$htc_{nat}$	$ m W/m^2K$
Intenzita chlazení	Ι	m kg/min
Parametr optimalizace (intenzita záření)	Ι	—
Konstanta tuhnutí krystalizátoru	K	—
Konstanta tuhnutí	$K_s$	—
Latentní teplo	L	$\rm J/kg$
Metalurgická délka	M	m
Hmotnost	m	$_{ m kg}$
Průtok	$\dot{m}$	m kg/s, l/min
Minutová hmotnost	$\dot{m_p}$	m kg/min
Iterace	n	—
Okolí bodu	0	—
Tlak	p	Pa
Pravděpodobnost	p	-, %
Teplo	Q	J
Tepelný tok	Q	W
Zdroj skupenských tepel	Q	$W/m^3$
Hustota tepelného toku	$\dot{q}$	$W/m^2$
Hustota tepelného toku radiací	$\dot{q_r}$	$W/m^2$
Tepelný odpor	$R_{-}$	${ m m^2K/W}$
Koeficient determinace	$R^2$	—
Vzdálenost mezi body	$r_{ij}$	—
Teplota	T	K, $^{\circ}C$
Teplota likvidu	$T_L$	K, $^{\circ}C$
Teplota solidu	$T_S$	K, °C

Veličina	Symbol	Jednotka
Teplota okolí, vodního ostřiku	$T_{\infty}$	K, °C
Teplota vodního ostřiku	$T_w$	K, °C
Teplota povrchu	$T_{surf}$	K, °C
Teplota licí	$T_{casting}$	Κ
Výpočtový čas	t	s
Objem	V	$\mathrm{m}^3$
Objemový tok	, V	$m^3/s$
Licí rychlost	$v_c, v_z$	m/s
Hustota vodního toku	W	$\rm kg/m^2$
Váhová funkce	w	_
Hmotnostní zlomek	wt	_
Vektor rozhodovacích proměnných	x	_
Tloušťka skořepiny	$x_s$	$\rm mm$
Teplotní vodivost	α	$m^2/s$
Parametr optimalizace	$\alpha$	_
Parametr optimalizace (přitažlivost)	$\beta$	_
Regresní koeficient	$\beta$	_
Tloušťka difuzní vrstvy	δ	$\mathrm{cm}$
Emisivita	ε	_
Deformace	$\varepsilon_b$	—
Parametr optimalizace (světelná absorpce)	$\gamma$	_
Rozdělovací koeficient	$\kappa_0$	_
Efektivní rozdělovací koeficient	$\kappa_{eff}$	—
Tepelná vodivost	$\lambda$	W/mK
Efektivní tepelná vodivost	$\lambda_{eff}$	W/mK
Funkce příslušnosti	$\mu$	_
Rychlost tuhnutí	ν	m cm/s
Proměnná	$\xi, x$	—
Hustota	ρ	$ m kg/m^3$
Tepelné napětí	$\sigma_T$	MPa
Čas	au	s
Tažnost	$\psi$	%
Nusseltovo číslo	Nu	—
Prantlovo číslo	Pr	_
Reynoldsovo číslo	Re	_
Grashofovo číslo	Gr	—
Stefan-Boltzmann konstanta	$\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8}$	$W/m^2K^4$
Množiny	A, J, K, M, X	_
Kartézské souřadnice	x, y, z	—
Cylindrické souřadnice	r, arphi	—
Index množiny	i,j,k,n,m,p	—
Prostorový a časový přírůstek	$\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \tau$	—

# Seznam obrázků

1.1	Výroba a doprava tekuté oceli do ZPO [6]	6
1.2	Charakteristické typy ZPO: 1-vertikální ZPO, 2-rovný krystalizátor, rovnání při	
	kompletním ztuhnutí, 3-rovně-zahnutý krystalizátor, rovnání při tekutém jádře,	
	4-zahnutý krystalizátor, 5-zahnutý krystalizátor, postupné rovnání, 6-horizontální	
	<i>ZPO</i> [6]	7
1.3	Schéma radiálního bramového ZPO [18]	7
1.4	Schéma radiálního sochorového ZPO [18]	8
1.5	Schéma zařízení Henryho Bessemera [6]	9
1.6	Světový vývoj produkce oceli [6]	10
1.7	Náčrt pánve a mezipánve: (a) sochorové ZPO (b) bramové ZPO [6]	11
1.8	Vizualizace proudění taveniny v mezipánvi, vodní model [74]	12
1.9	Vizualizace proudění taveniny a tvorba skořepiny v krystalizátoru : (a) doprava	
	oceli do krystalizátoru (b) protiprůvalový systém [6], [78]	13
1.10	Teplotní profil mezi krystalizátorem a předlitkem [6]	14
1.11	Měrný tepelný tok v krystalizátoru: (a) proložení regresním vztahem (b) rozložení	
	$v$ délce krystalizátoru pro různé licí rychlosti [6] $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	15
1.12	Schéma odvodu tepla v sekundární zóně: (1) dotyk předlitku s válcem (2) odvod	
	tepla přirozenou konvekcí a radiací (3) dopad trysky (4) stékání vody po povrchu	
	$p\check{r}edlitku$ (5) akumulace vody [62]	16
1.13	Křivky povrchových teplot v sekundární zóně: (a) přesný numerický model s ve-	
	rifikací podle pyrometrů $[25](b)$ zjednodušený numerický model $[88]$	18
1.14	$Vliv \ lici \ rychlosti \ na \ tloušťku \ kůry \ [6] \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ $	19
2.1	Znázornění dendritů: (a) slouncová dendritická solidifikace. (b) rovnoosá dendr-	
2.1	itická solidifikace [6]	21
2.2	Detail rovnovážného diagramu soustavu železo-uhlík v oblasti tuhnutí	23
		_0
3.1	Ukázka rozdělení vad na bramě, povrchové vady: 1-podélná trhlina v rohu bramy,	
	2-podélná trhlina ve středu bramy, 3-příčná trhlina v rohu, 4-příčná trhlina, 5-	
	hvězdicová prasklina, 6-prohlubně, 7-vměstky, vnitřní vady: a-diagonální trhlina,	
	d-středová porózita, e-středová prasklina	28
3.2	Průřez bramou s ukázkou vnitřní vady	30
3.3	Začátek pevnosti a tvárnosti oceli v rovnovážném diagramu [6]	30
3.4	$Oblasti snížené tažnosti [6] \dots \dots$	31
4.1	Průběhu termo-fuzikálních vlastností oceli 11378	41
4.2	$Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli 21425 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	41
4.3	Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli 32963	42
4.4	$Metoda \ sledování \ sítě \ [47]$	42
	L J	

4.5	$Metoda \ entalpie \ [21] \qquad \qquad$
4.6	Metoda efektivní tepelné kapacity [58]
4.7	(a) Grafická interpretace derivace (b) Lokální a globální diskretizační chyba [10]. 45
4.8	Ukázka diskretizace sítě
4.9	$Uk$ ázka diskretizace okrajových podmínek pro osu x $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $
5.1	Souřadný systém $\ldots \ldots \ldots$
5.2	$Ukázka výpočetní sítě \dots 52$
5.3	Schéma ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s
5.4	Rozložení odváděného tepla krystalizátorem
5.5	Rozložení měrného tepelného toku krystalizátorem: (a) podle rozložení vah (b)
	$vyhlazeni spojitou funkci \ldots 54$
5.6	Schéma řazení regulačních okruhů chladicí vody k jednotlivým segmentům [78] 55 $$
5.7	$Teplotní pole na povrchu předlitku (11378) \dots \dots$
5.8	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)
5.9	$Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378) \dots \dots$
5.10	Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378) $\ldots \ldots \ldots$
5.11	Teplotní pole na povrchu předlitku (21425)
5.12	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (21425)
5.13	$Průběhy izolikvidy a izosolidy (21425) \dots \dots$
5.14	Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry $(21425)$
5.15	Teplotní pole na povrchu předlitku $(32963)$
5.16	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (32963)
5.17	Průběhu izolikvidu a izosolidu (32963)
5.18	Teplotní průběhu a tloušťka licí kůru $(32963)$
5.19	Průběh efektivní tenelné kanacity (11378)
5 20	Tenlotní nole na novrchu nředlitku (11378)
5.20	Tenlotní nole na novrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)
5.21	Průběhu jzolikujdu a jzosolidu (11378)
5.22	Tenlotný nrůhěhu a tloušťka licí kůru (11378) 72
5.20	Tenlotní nole na novrchu nředlitku $(A-2,5)$
5 25	Tenlotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu $(A - 2, 5)$
5.20	$\begin{array}{c} \text{Terroriti pole ha policita predicta o tozonalem statu (A = 2, 5) \\ \text{Prob bbu izolikuidu a izopolidu (A = 2, 5) } \end{array}$
5.20	Tradeni izolikula u izolila $(A - 2, 5)$
0.21 E 99	Teplotní průčeny a učastka uči kary $(A = 2, 5)$
0.28 5.00	$Teplotni pole na povrcnu prealitiku (A = 4,5) \dots \dots$
5.29	Teplotni pole na povrchu prealitku v rozvinutem stavu $(A = 4, 5)$
5.30	Prubehy izolikvidy a izosolidy $(A = 4, 5)$
5.31	Teplotni průběhy a tlouštka lici kůry $(A = 4, 5)$
61	Extrému funkce jedné proměnné
6.2	Ontimalizační omezoní tenletních průběhů a matelurajeké délku: (a) tenletní průběh
0.2	$\phi$ i údru (h) tenletní prvíhěh na nevrchu předlitku $T$ označuje tenletu celidu [ $\Lambda 22$ ] 80
63	$U$ jaura (0) reprotiti praveti na povreta preatitiva, $T_s$ označaje reprota solitat [A22] 80
0.5 6.4	Ultárka naralalizace nejnem svenašek ve 2-D případe
0.4 6 5	Tonlatní prvíhěhu a zahrazoní omoznijajah intervalů
0.0 6 6	$\begin{array}{c} 1  epionic prudeny a zoorazeni omezujicich intervala \dots $
0.0	Grugicke znazorneni pruvenu uigoriimu simulovaneno zinani $\dots \dots \dots$
0.1	Illefele furre me cince
0.8	Ukuzku juzzy mnoziny
0.9	$Schema Juzzy praviael na moalfikaci chiazeni \dots \dots$
6.10	$1epiotni prubehy a zobrazeni kontrolnich teplotnich intervalu \ldots \ldots  95$

6 1 1	Tenlotní nole na novrchu předlitku (11378)	96
6 1 2	Tenlotní nole na novrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)	07
6.12	Préhôhu jacolikujdu a jacoliku (11378)	07
6 14	Tradeni problem a theoretical line line $(11978)$	07
0.14	Teplotní průčely u liousiku lici kury (11578) $\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	91
0.10		90
0.10	$Ieplotni pole na povrchu predlitku v rozvinutem stavu (21425) \dots \dots \dots \dots \dots$	99
6.17	$Prubehy \ izolikvidy \ a \ izosolidy \ (21425) \qquad \dots \qquad $	99
6.18	Teplotni průběhy a tlouštka lici kůry $(21425)$	99
6.19	$Teplotni \ pole \ na \ povrchu \ predlitku \ (32963) \ \dots \ $	100
6.20	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu $(32963)$	100
6.21	$Průběhy izolikvidy a izosolidy (32963) \dots \dots$	101
6.22	$Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (32963) \dots \dots$	101
6.23	Optimální vztah mezi licí rychlostí a intenzitou chlazení v sekundární chladící zór	$i\check{e}102$
6.24	$Teplotní pole na povrchu předlitku (11378) \dots \dots$	105
6.25	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378) $\ldots \ldots \ldots$	106
6.26	Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)	106
6.27	Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)	106
6.28	Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)	107
6.29	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)	108
6.30	Průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)	108
6.31	Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)	108
7.1	Charakteristiky trysek Lechler 100.638.30.24 a 100.528.30.24 [A29]	113
7.2	Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)	114
7.3	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)	115
7.4	průběhy izolikvidy a izosolidy (11378)	115
7.5	Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378) $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	115
7.6	Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)	116
7.7	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)	116
7.8	$průběhy izolikvidy a izosolidy (11378) \dots \dots$	117
7.9	Teplotní průběhu a tloušťka licí kůru (11378) $\ldots$	117
7.10	Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)	118
7.11	Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11378)	118
7 1 2	průběhu jzolikujdu a jzosolidu (11378)	110
7 1 3	Tenlotný nrůhěhy a tloušťka licí kůry (11378)	110
1.10		115
A.1	Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli	II
A.2	Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli	III
A.3	Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli	III
A.4	Průběhu termo-fuzikálních vlastností oceli	IV
A.5	Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli	IV
A 6	Průběhu termo-fuzikálních vlastností oceli	V
A 7	Průběhu termo-fuzikálních vlastností oceli	v
	Průběhu termo-fyzikálních vlastnosti oceli	VI
A.0	Průběhu termo fuzikálních vlastnosti oceli	VI
л.9 Л 10	Drůběhy terme fyzikálních vlastnosti oceli	VI
A.10	Prubeny termo-fyzikalnich vlastnosti oceli	
A.11		V II
B.1	Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)	VIII
B.2	Teplotní pole na povrchu předlitku (11503)	X
B.3	Tenlotní nole na novrchu předlitku (11593)	XII
0.0	$\frac{1}{1000} $	1111

B.4	Teplotní pole na povrchu předlitku (21425)	XIV
B.5	Teplotní pole na povrchu předlitku (21728)	XVI
B.6	Teplotní pole na povrchu předlitku (31081)	XVIII
B.7	Teplotní pole na povrchu předlitku (31088)	XX
B.8	Teplotní pole na povrchu předlitku (31461)	XXII
B.9	Teplotní pole na povrchu předlitku (31742) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	XXIV
B.10	Teplotní pole na povrchu předlitku (32963)	XXVI
B.11	Teplotní pole na povrchu předlitku (33902)	XXVIII
C.1	Průběh experimentu [29]	XXX
C.2	Schéma měření, pozice řezů na desce [29]	XXXI

# Seznam tabulek

1.1	Typické hodnoty součinitelů přestupu tepla v sekundárním chlazení $\ldots \ldots \ldots$	18
3.1	$P$ říčiny vad vlivem chybného primárního a sekundárního chlazení [20] $\ldots \ldots$	33
$4.1 \\ 4.2$	Základní druhy okrajových podmínek pro přenos tepla vedením	$\begin{array}{c} 37\\ 40 \end{array}$
$\begin{array}{c} 5.1\\ 5.2\\ 5.3\\ 5.4\\ 5.5\\ 5.6\\ 5.7\\ 5.8\\ 5.9\\ 5.10\\ 5.11\\ 5.12\\ 5.13\\ 5.14\\ 5.15\end{array}$	Základní parametry ZPO firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s.	52 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 66 68 70
$\begin{array}{c} 6.1 \\ 6.2 \\ 6.3 \\ 6.4 \\ 6.5 \\ 6.6 \\ 6.7 \\ 6.8 \\ 6.9 \\ 6.10 \\ 6.11 \\ 6.12 \\ 6.13 \\ 6.14 \end{array}$	Pseudo kód optimalizace hejnem světlušek [94]	82 84 87 90 93 93 93 95 96 98 100
6.15	chladící zóně	103
	chladící zóně	104

6.16	Výsledné optimální licí parametry pro případ poruchy na ocel 11378 $\ldots \ldots 107$
7.1	Tabulka experimentů
7.2	Experiment A
7.3	Experiment B
7.4	Experiment C
7.5	Experiment pro průtok 1,5 l/min
7.6	Vstupní parametry pro model teplotního pole
7.7	Výsledné optimální licí parametry pro novou trysku na ocel 11378 118
B.1	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.2	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.3	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.4	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.5	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.6	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.7	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.8	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.9	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.10	Vstupní parametry pro model teplotního pole
B.11	Vstupní parametry pro model teplotního pole

### Literatura

- ALIZADEH, M.; EDRIS, H.; SHAFYEI, A. Mathematical Modeling of Heat Transfer for Steel Continuous Casting Process. In *International Journal of ISSI*. Isfahan, Iran : ISSI, 2006. s. 7 - 16.
- [2] BADRI, A., et al. A Mold Simulator for Continuous Casting of Steel: Part II. The Formation of Oscillation Marks during the Continuous Casting of Low Carbon Steel. *Metallurgical and Materials Transactions B.* 2005, 36B, s. 373 - 383. ISSN 1073-5615
- [3] BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M. NONLINEAR PROGRAMMING -Theory and Algorithms, Third Edition, New Jersey, Willey and Sons, 2006, 8553 p. ISBN-13 978-0-471-48600-8.
- [4] BELLEROVÁ, H. Rozvoj inverzních úloh vedení tepla se zaměřením na velmi rychlé procesy v mikroskopických měřítcích. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 108 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Miroslav Raudenský, CSc.
- [5] BERTOLA, V. An Experimental Study Of Bouncing Leidenfrost Drops: Comparison Between Newtonian And Viscoelastic Liquids. *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2009, 52, s. 1786-1793. ISSN 0017-9310.
- [6] BIRAT, Jean-Pierre, et al. The Making, Shaping and Treating of Steel: Casting Volume : 11th. EDITION. ALAN W. CRAMB. Pittsburgh, PA, USA : The AISE Steel Foundation, 2003. 1000 s. ISBN 0-930767-04-7.
- BIRGE, John R.; LOUVEAUX, François. Introduction to Stochastic Programming. New York, USA : Springer, 1997. 421 s. ISBN 0-387-98217-5, SPIN 10834312.
- [8] BOUHOUCHE, Salah; LAHRECHE, Malek; BAST, Jäurgen. Control of Heat Transfer in Continuous casting Process Using Netural Networks. ACTA AUTOMATICA SINICA. 2008, 34, s. 701 - 706. ISSN 0254-4156.
- [9] BÖHM, ZDENĚK, et al. Plynulé Odlévání Oceli. Praha : SNTL, 1992. 448 s. ISBN 80-03-00661-9.
- [10] ÇENGEL, Yunus A. Heat Transfer: A Practical Approach. New York, USA : McGraw-Hill Companies, 2002. 932 s. ISBN 0-07-245893-3, ISBN-13 978-0072458930.
- [11] CICUTTI, C., et al. Influence of Tundish Operation on Steel Cleanliness. In METEC In-SteelCon 2011 Proceedings. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [12] CONSTALES, D.; KAČUR, J.; KEER, R. VAN. On the Optimal Cooling Strategy for Variable-Speed Continuous Casting. *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING*. 2002, 53, s. 539 - 565. ISSN 1097-0207.

- [13] COSSALI, G.E.; MARENGO, M.; SANTINI, M. Thermally Induced Secondary Drop Atomisation by Single Drop Impact onto Heated Surfaces. *International Journal of Heat* and Fluid Flow. 2008, 29, s. 167-177. ISSN 0142-727X.
- [14] DÄCKER, Carl-Åke, et al. The History of Mould Slag Films Downwards the Mould and how it Affects Heat Flux and Shell Growth in Continuous Casting of Steels . In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [15] DE BARCELLOS, V. K., et al. Analysis of Metal Mould Heat Transfer Coefficients During Continuous Casting of Steel. *Ironmaking & Steelmaking*. 2010, 37, s. 47 - 56. ISSN 0301-9233.
- [16] De WET, Gideon Jacobus. Cfd Modelling And Mathematical Optimization of a Continuous Caster Submerged Entry Nozzle. South Africa, 2005. 288 s. Diplomová práce. Faculty of Engineering, Built Environment and Information Technology University of Pretoria.
- [17] DOBROVSKÁ, Jana. Chemická Heterogenita Kovových Slitin. Ostrava : MONTANEX, 2005. 124 s. ISBN 80-7225-182-1.
- [18] FLICK, Andreas; STOIBER, CHristoph. Trends in Continuous Casting of Steel Yesterday, Today and Tomorrow. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [19] FOX, J. Applied regression analysis, linear models, and related methods. California, Sage publications, (1997), 599 p., ISBN 0-8039-4540-X.
- [20] FRANĚK, Zdeněk. Vliv tepelných procesů na kvalitu plynule litých bram a návrh predikce vad. Ostrava, Czech Republic, 2011. 149 s. Dizertační práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava.
- [21] GONZALEZ, Marcial, et al. Modeling of the Solidification Process in a Continuous Casting Installation for Steel Slabs. *Metallurgical and Materials Transactions B*. 2003, 34, s. 455-473. ISSN :1073-5615.
- [22] GUO, Bao-Zhu; SUN, Bing. Numerical Solution to the Optimal Feedback Control of Continuous Casting Process. Journal of Global Optimization Journal of Global Optimization. 2007, 39, s. 171-195. ISSN 0925-5001, eISSN 1573-2916.
- [23] HA, J. S., et al. Numerical Analysis on Secondary Cooling and Builging in the Continuous Casting of Slabs. Jurnal of Materials Processing Technology. 2001, 113, s. 257 - 261. ISSN 0924-0136.
- [24] HAJDUK, Daniel; SIMECEK, Pavel. Computer Model for Monitoring and Optimation of Backup Roll Performance. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 4.
- [25] HARDIN, R.; DU, P.; BECKERMANN, C. Three-dimensional Simulation of Heat Transfer and Stresses in a Steel Slab Caster. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 6.
- [26] HARDIN, Richard A., et al. A Transient Simulation and Dynamic Spray Cooling Control Model for Continuous Steel Casting. *Metallurgical and Materials Transactions B*. 2003, 34, s. 297 - 306. ISSN 1073-5615.

- [27] HEGER, Jaromír. Numerická Simulace Technologického Procesu Kontinuálního Odlévání Oceli. Ostrava, 2002. 41 s. Habilitační práce. Vysoká škola báňská, Technická univerzita Ostrava.
- [28] HORSKÝ, Jaroslav; RAUDENSKÝ, Miroslav. Measurement of Heat Transfer Characteristics of Secondary Cooling in Continuous Casting. In METAL 2005 Conference proceedings. Ostrava, Czech Republic : Tanger, 2005. s. 8. ISBN 80-86840-13-1.
- [29] HORSKÝ, Jaroslav; LUKS, Tomáš; ONDROUŠKOVÁ, Jana. Měření Ostřikových Charakteristik Trysek. Technická zpráva pro EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s., Brno, Czech Republic 2012. s. 21.
- [30] CHANG, Yun-He, et al. Development and Application of Dynamic Secondary Cooling and Dynamic Soft Reduction Control for Slab Castings. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany : METEC, 2011. s. 6.
- [31] CHARVÁT, Pavel; MAUDER, Tomáš; OSTRÝ, Milan. Simulation of Latent-Heat Thermal Storage Integrated with Room Structures. *Materiali in tehnologije*. 2012. 46(3). p. 239 -242. ISSN1580-2949.
- [32] CHARVÁT, Pavel; OSTRÝ, Milan; MAUDER, Tomáš; KLIMEŠ, Lubomír. A Solar Air Collector with Integrated Latent Heat Thermal Storage. *EPJ Web of Conferences*. 2012. 25(1). p. 01028.1 (5 p.). ISSN2100-014X.
- [33] CHEN, Rong-Horng; HUANG, Yung-Li . Collision of a Liquid Drop on The Edge Region of a Plate Heated Above the Leidenfrost Temperature. *Experiments in Fluids*. 2009, 47, s. 223 – 237. ISSN 0723-4864, EISSN: 1432-1114.
- [34] CHEN, W., et al. Optimization for Secondary Cooling Parameters in Continuous Casting of High Carbon Chromium Bearing Steel. Advanced Materials Research. 2009, 83 - 86, s. 465-472. ISSN 1662-8985.
- [35] CHEN, W., et al. Thermo-mechanical Simulation and Parameters Optimization for Beam Blank Continuous Casting. *Materials Science and Engineering A.* 2009, 499, s. 58 - 63. ISSN 0921-5093.
- [36] INCROPERA, Frank P.; DEWITT, David P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer: FORTH EDITION. New York, USA : John Wiley & Sons, Inc, 1996. 886 s. ISBN 0-471-30460-3.
- [37] ITO, Yoichi, et al. Development of Hard Secondary Cooling by High Pressure Water Spray. In METEC InSteelCon 2011 Proceedings. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 5.
- [38] JANSSEN, Dominique; SIMOES, Jose; DESAI, Priyadarshi. Vesuvius Steel Defect Arresting Device (S-DAD<sup>TM</sup>) An Effective Tool for Improving Steel Cleanliness. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 10.
- [39] JI, Zhemping, et al. Ant Colony Optimization Based Heat Transfer Coefficient Identification for Secondary Cooling Zone of Continuous Caster. In *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Integration Technology*. Shenzhen, China : IEEE, 2007. s. 558 - 562. ISBN 1-4244-1092-4.

- [40] JI, Zhemping; XIE, Zhi. Multi-objective Optimization of Continuous Casting Billet Based on Ant Colony system Algorithm. In *Computational Intelligence and Industrial Application*, 2008. PACIIA '08. Pacific-Asia Workshop on. Wuhan, Asia : IEEE, 2008. s. 262 - 266. ISBN 978-0-7695-3490-9.
- [41] KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by Simulated Annealing. In Science, New Series, Vol. 220, No. 4598, May 13, 1983. pp. 671-680.
- [42] KNUTH, D. E. THE ART OF COMPUTER PROGRAMMING : SECOND EDITION, United States of America and Canada, Addison Wesley Longman. 1998. ISBN 0-201-89685-0.
- [43] KOITZSCH, Roger, et al. New Approaches for Prediction of Thermal Conditions in a Continuous Casting Tundish. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [44] KORŠEC, Petr, et al. Ant Stigmergy on the Grid: Optimizing the Cooling Process in Continuous Steel Casting. In *Parallel and Distributed Processing Symposium*, 2006. IPDPS 2006. 20th International . Greece : IEEE, 2006. s. 8. ISBN 1-4244-0054-6.
- [45] KUCHAŘ, Lumír; DRÁPALA, Jaromír. Metalurgie Čistých Kovů : Metody Rafinace Čistých Látek. 1. Košice : Nadácia R. Kammela, 2000. 185 s. ISBN 80-7009-471-1.
- [46] LAMP, Torsten, et al. Innovative Monitoring Techniques for Better Control of Strand Solidification. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 6.
- [47] LI, Chin-Yuan; GARIMELLA, Suresh V.; SIMPSON, James E. A Fixed-Grid Front-Tracking Algorithm for Solidification Problems : Part I - Method and Validation. *Numerical Heat Transfer, Part B.* 2003, 43, s. 117–141. ISSN 1040-7790, EISSN: 1521-0626.
- [48] LOUHENKILPI, Seppo, et al. Effect of Thermophysical Material Data on Heat Transfer in Continuous Casting. In *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes* X. Florida, USA : Minerals, Metals, & Materials Society, 2003. s. 733-740. ISBN 0873395557.
- [49] LUDWIG, Oliver; ALOE, Marco; THEVOZ Philippe. State of the Art in Modelling of Continuous Casting. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 12.
- [50] MAPELLI, Carlo; MOMBELLI, Davide; GRUTTADAURIA, Andrea. The Role of a Correct Heat Exchange in the Mould for Improving the Subsurface Quality of Cast Products. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 5.
- [51] MENG, Xiangning; WANG, Weiling; ZHU, Miaoyng. Effect of Cooling Structure on Thermal Behavior of Copper Plates for Slab Continuous Casting Mould. In *METEC InSteelCon* 2011 Proceedings. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [52] MICHELIC, S., et al. Development, Implementation and Verification of a Transient Numeric Solidification Model of a Continuous Bloom Caster at Voestalpine Stahl Donawitz. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 10.
- [53] MIETTINEN, Jyrki. IDS Solidification Analysis Package for Steels : User manual of DOS version 2.0.0. Helsinki, Finland : Helsinki University of Technology, 1999. 22 s.

- [54] MINKOWYCZ, W. J.; SPARROW, E. M.; MURTHY, J. Y. Handbook of Numerical Heat Transfer : Second Edition. New Jersey, USA : John Wiley & Sons, Inc, 2006. 967 s. ISBN 978-0-471-34878-8.
- [55] MOERMANN, Dirk; JOACHIM, Schnid; STEFANO, Spagnul. Recent Progress in Fast and Accurate Meniscus Level Measurement for Continuous Casting Machines. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 9.
- [56] MOLER, Cleve. Numerical Computing with MATLAB : Revised Reprint. [s.l.] : MathWorks, 2008. 336 s. ISBN 978-0-898716-60-3.
- [57] MORAVEC, Rudolf, et al. Coupling Of Solidification model And Heat Transfer Coefficients to Have Valuable Tool for Slab Surface Temperatures Prediction. In *METEC InSteelCon* 2011 Proceedings. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 9.
- [58] MUHIEDDINE, Mohamad; CANOT, Édouard; MARCH, Ramiro. Various Approaches for Solving Problems in Heat Conduction with Phase Change. *IJFV International Journal On Finite Volumes.* 2006, 3, s. 20. ISSN 1634-0655.
- [59] NIGEL, A. Los, et al. The Timken ADAPT Bearing for Slab Support Rolls in Continuous Casters. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 5.
- [60] NGUYEN, H. T.; WALKER, E. A. A First Course in Fuzzy Logic. CRC Press, Boca Raton, Florida (1997), Second Edition (1999), Third Edition (2006). s. 392. ISBN 978-0849316593.
- [61] OU, Shorin; SHIBUTA, Yasushi; SUZUKI, Toshio. Numerical Simulation of Solidification Macrostructures Using a Moving Particle Method. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 6.
- [62] PASCON, F.; CESCOTTO, S.; HABRAKEN, A. M. A 2.5D Finite Element Model for Bending and Straightening in Continuous Casting of Steel Slabs. *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING.* 2006, 68, s. 125 - 149. ISSN 1097-0207.
- [63] POHANKA, Michal. Technical Experiment Based Inverse Tasks in Mechanics. Brno, Czech Republic, 2006. 142 s. Dizertační práce. Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering.
- [64] POPELA, P. STOCHASTIC PROGRAMMING, [online], Textbook, University of Malta, Malta, 2005, 70 p.
- [65] RAMSTORFER, Franz, et al. Dynacs 3D-The New Dimension in Secondary Cooling for Slab Casters. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 6.
- [66] RAO, Singiresu S. Engineering Optimization : Theory and Practice, Fourth Edition. New Jersey, USA : John Wiley & Sons, Inc, 2009. 813 s. ISBN 978-0-470-18352-6.
- [67] RISSO, J. M.; HUESPE, A. E.; CARADONA, A. Thermal stress evaluation in the steel continuous casting process. *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING*. 2005, 65, s. 1355-1377. ISSN 0029-5981.
- [68] ROSS, Timothy J.Fuzzy Logic with Engineering Applications. Third Edition. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2010, s. 579. ISBN 9780470743768, Online ISBN: 9781119994374.
- [69] RUJIU, Lui; ZHENSHAN, Zhang; TIANYOU, CHai. A Dynamic Simulation System for Secondary Cooling Process in Continuous Slab Casting. In Proceedings 2009 9th International Conference on Electronic Measurement & Instruments. Beijing, China : IEEE, 2009. s. 545 - 550. ISBN 978-1-4244-3864-8.
- [70] SANTILLANA, Begoña, et al. Thermal Analysis of Commercial Steel Grades. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 6.
- [71] SANTOS, C. A.; SPIM, J. A.; GARCIA, A. Mathematical Modeling and Optimization Strategies (Genetic Algorithm and Knowledge Base) Applied to the Continuous Casting of Steel. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2003, 16, s. 511 - 527. ISSN 0952-1976.
- [72] SCHIEFERMÜLLER, A., et al. Thermomechanical Modeling of Thick Slabs Geometry at Continuous Casting. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 5.
- [73] SKRUBE, Sascha Helmut, et al. Development and Results of a 400 mm Thick Slab Caster. In METEC InSteelCon 2011 Proceedings. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 6.
- [74] SMIRNOV, O, et al. Modern Methods of Modeling Fluid Flow and Inclusions Motion in Tundish Bath: General View. In *Proceedings of Steelsim 2009* - 3rd International Conference on Simulation and Modelling of Metallurgical Processes in Steelmaking, Leoben, Austria, September 8-10. 2009. s. 6.
- [75] SONG, Qingshi; WANG, Nan; YANG, Yongxiang. Numerical Simulation of the Fluid Flow and Temperature Field in a Super-wide Slab Continuous Casting Mold. In *METEC InSteel-Con 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [76] SPUY, D. deV. Van Der; CRAIG, I. K.; PISTORIUS, P. C. An Optimization Procedure for the Secondary Cooling Zone of a Continuous Billet Caster. *The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy*. 1999, 99-01, s. 49 - 56. ISSN 0038-223X.
- [77] STEFANESCU, Doru Michael. Science and Engineering of Casting Solidification. New York, USA : Springer Science, 2009. 402 s. ISBN 978-0-387-74609-8.
- [78] ŠTĚTINA, Josef. Dynamický Model Teplotního Pole Plynule Odlévané Bramy. Ostrava, Czech Republic, 2007. 105 s. Dizertační práce. Technická univerzita Ostrava.
- [79] ŠTĚTINA, Josef, et al. Optimization of Secondary Cooling in Order to Achieve Higher Surface Temperatures. In *METAL 2012 Conference proceedings*. Ostrava, Czech Republic, TANGER, spol. s r. o. 2012. p. 36 - 41. ISBN 978-80-87294-29-1.
- [80] TAMBUNAN, Barman. Simulation of Heat Transfer Solidification with Improved Latent Heat Parameter in Continuous Casting. In *Seminar National MIPA 2005 Proceedings*. Depok Indonesia : FMIPA, 2005. s. 7.
- [81] TAVAKOLI, Rohallah; DAMAVI, Parviz. A Fast Method for Numerical Simulation of Casting Solidification. COMMUNICATIONS IN NUMERICAL METHODS IN ENGINEER-ING. 2007, 24, s. 1723-1740. ISSN 2040-7939.

- [82] THOMAS, B. G.; LUI, D.; HO, B. Effect of Transverse Depressions and Oscillation Marks on Heat Transfer in the Continuous Casting Mold. Sensors and Modeling in Materials Processing: Techniques and Applications. 1997, s. 117 - 142.
- [83] THOMAS, Brian G.; BRIMACOMBE, J. Keith. Advanced Physical Chemistry for Process Metallurgy. San Diego, California, USA : Academic Press, 1997. Process Modeling, s. 253-279. ISBN 0-12-618920-X.
- [84] TOTTEN, G. E.; BATES, C. E.; CLINTON, N. A. Handbook of Quenchants and Quenching Technology. Mary Thomas Haddad. USA : ASM International, 1993. 507 s. ISBN 0-87170-448-X.
- [85] TSCHEUSCHNER, Carsten; KOITZSCH, Roger; RÖDL, Sigurd. Application of Enhanced Simulation Approaches for Investigation of Multiphysics Phenomena in the Mould. In *METEC InSteelCon 2011 Proceedings*. Düsseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. s. 8.
- [86] USER'S GUIDE: Parallel Computing Toolbox<sup>TM</sup> 5, The MathWorks, Inc. (2004-2011)
- [87] VORSTER, W.J.J., et al. Analysis of the Spray Field Development on a Vertical Surface During Water Spray-Quenching Using a Flat Spray Nozzle. Applied Thermal Engineering. 2009, 29, s. 1406–1416. ISSN 1359-4311.
- [88] WANG, Hongming, et al. Mathematical Heat Transfer Model Research for the Improvement of Continuous Casting Slab Temperature. ISIJ International. 2005, 45, s. 1291 - 1296. ISSN 0915-1559, eISSN 1347-5460.
- [89] WORAPRADYA, Kiatkajohn; THANAKIJKASEM, Purit. Optimum Spray Cooling in Continuous Slab Casting Process under Productivity Improvement. In *Industrial Engineer*ing and Engineering Management, 2009. IEEM 2009. IEEE International Conference on. Hong Kong: IEEE, 2009. s. 120 - 124. ISBN 978-1-4244-4869-2.
- [90] WU, Guo-Hua; WU, RONG-Yang. Identification of Convection Heat Transfer Coefficient Parameters Based on Hybrid Particle Swarm Algorithm in the Secondary Cooling Zone for Steel Continuous Casting Process. In Computational Intelligence Methods and Applications, 2005 ICSC Congress on. Istanbul, Turkey: IEEE, 2005. s. 6. ISBN 1-4244-0020-1.
- [91] XIA, G.; SCHIEFERMÜLLER, A. The Influence of Support Rollers of Continuous Casting Machines on Heat Transfer and on Stress-Strain of Slabs in Secondary Cooling. *Steel research international.* 2010, 81, s. 652–659. ISSN 1611-3683.
- [92] XING, Jin, et al. Study on Mathematical Model of Temperature and Stress for Thin Slab in Continuous Casting. In Computational Intelligence and Software Engineering, 2009. CiSE 2009. International Conference on. Wuhan: [s.n.], 2009. s. 5. ISBN 978-1-4244-4507-3.
- [93] YANG, Won Y., et al. Applied Numerical Methods Using Matlab<sup>®</sup>. New Jersey, USA : John Wiley & Sons, Inc, 2005. 509 s. ISBN 0-471-69833-4.
- [94] YANG, Xin-She. Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms. Second Edition. United Kingdom : Luniver Press, 2010. 150 s. ISBN 978-1-905986-28-6.
- [95] Zadeh, L. A. Fuzzy sets. Information and Control 8 (3). 1965. pp. 338–353.
  DOI:10.1016/S0019-9958(65)90241-X. ISSN 0019-9958.

[96] ZHENG, Peng; GUO, Juan; HAO, Xiao-Jing. Hybrid Strategies for Optimizing Continuous Casting Process of Steel. In 2004 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). Hammamet, Tinisia: IEEE, 2004. s. 1156 - 1161. ISBN 0-7803-8662.

#### Vlastní publikace vztahující se k disertaci

- [A1] KAVIČKA, F.; SEKANINA, B.; ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T. The Influence of Thermophysical Properties on Thermokinetics of Solidification. In Zborník referátov XVII. medzinárodná vedecká konferencia Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín a energetike. Žilina, Žilinská univerzita v Žilině. 2010. p. 117 - 122. ISBN 978-80-554-0189-8.
- [A2] KAVIČKA, F.; STRÁNSKÝ, K.; SEKANINA, B.; ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T. The Calculation of the Temperature Field of a Concast Steel Slab Tightly Before the Breakout. In *METAL 2011 Conference Proceedings*. Ostrava, Tanger. 2011. p. 26 (A12) (6 p.). ISBN 978-80-87294-22-2.
- [A3] KAVIČKA, F.; ŠTĚTINA, J.; SEKANINA, B.; MAUDER, T. The Importance of Thermophysical Properties of Steels for the Numerical Simulation of a Concasting Process. *Transaction of the VŠB-Technical university of Ostrava, Mechanical series.* 2011. LVI(3). p. 73 - 78. ISSN 1210-0471.
- [A4] KAVIČKA, F.; STRÁNSKÝ, K.; SEKANINA, B.; ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T. A Breakout of a Slab as Effect of the Thermophysical Properties Change of a Concast Steel. In *Program* and books of abstracts of the 18 th Conference on Materials and Technology. Ljubljana, Slovenia, Institute of Metals and Technology. 2010. p. 80 - 89. ISBN 978-961-92518-2-9.
- [A5] KLIMEŠ, L.; MAUDER, T.; ŠTĚTINA, J. Numerical Modelling and Optimization Including Stochastic Approach in Engineering Problems. In *Sborník přednášek z konference Teorie a praxe výroby a zpracování oceli 2011*. Ostrava, TANGER, s.r.o. 2011. p. 70 - 76. ISBN 978-80-87294-21-5.
- [A6] KLIMEŠ, L.; MAUDER, T.; ŠTĚTINA, J. Stochastic Approach and Optimal Control of Continuous Steel Casting Process by Using Progressive Hedging Algorithm. In *Sborník* příspěvků 20. mezinárodní konference METAL 2011. Ostrava, Tanger, s.r.o. 2011. p. 146 -151. ISBN 978-80-87294-22-2.
- [A7] MAUDER, T. Nonlinear Mathematical Programming in Engineering Applications. Transaction of the VŠB-Technical university of Ostrava, Mechanical series. 2011. LVI(3/2010).
   p. 119 - 124. ISSN 1210-0471.
- [A8] MAUDER, T. Optimization Methods for the Secondary Cooling Zone of a Continuous Casting Process of Steel Slabs. *Strojárstvo/Strojírenství*. 2009. 2009(mimořádné). p. 175 -176. ISSN 1335-2938.
- [A9] MAUDER, T. Parallelization MATLAB for Solving Problems in Heat Conduction with Phase Change. In Sborník příspěvků z konference 30. setkání kateder mechaniky tekutin

*a termomechaniky*. Liberec, Technická univerzita v Liberci. 2011. p. 155 - 158. ISBN 978-80-7372-747-5.

- [A10] MAUDER, T.; KAVIČKA, F.; ŠTĚTINA, J.; FRANĚK, Z.; MASARIK, M. A Mathematical & Stochastic Modelling of the Concasting of Steel Slabs. In *METAL 2009 Conference Proceedings.* Tanger. Tanger s.r.o. 2009. p. 27 - 34. ISBN 978-80-87294-03-1.
- [A11] MAUDER, T.; NOVOTNÝ, J. Two Mathematical Approaches for Optimal Control of the Continuous Slab Casting Process. In Mendel 2010 - 16th International Conference on Soft Computing. Brno, Brno University of Technology. 2010. p. 395 - 400. ISBN 978-80-214-4120-0.
- [A12] MAUDER, T.; ŠANDERA, Č.; ŠTĚTINA, J.; ŠEDA, M. Optimization of Quality of Continuously Cast Steel Slabs by Using Firefly Algorithm. *Materiali in tehnologije*. 2011. 45(4). p. 347 - 350. ISSN 1580-2949.
- [A13] MAUDER, T.; ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F. Optimal Control of the Continuous Slab Casting Process Based on Mathematical Programming Methods. In *Sborník konference*. 1. Tanger s.r.o. 2010. p. 130 - 135. ISBN 978-80-87294-03-1.
- [A14] MAUDER, T.; ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F.; SEKANINA, B.; MASARIK, M.; ŠAŇA, Z. The Importance of the Off-Line and On-Line Model of Temperature Field of Continuously Cast Slabs. In Sborník přednášek Teorie a praxe výroby a zpracování oceli. Tanger. Ostrava, Tanger s.r.o. 2010. p. 152 - 158. ISBN 978-80-87294-14-7.
- [A15] MAUDER, T.; ŠTĚTINA, J.; ŠANDERA, Č.; KAVIČKA, F.; MASARIK, M. An Optimal Relationship Between Casting Speed and Heat Transfer Coefficients for Continuous Casting Process. In *METAL 2011 Conference proceedings*. Metal. Ostrava, Tanger. 2011. p. 22 - 27. ISBN 978-80-87294-22-2.
- [A16] MAUDER, T.; ŠANDERA, Č.; ŠTĚTINA, J. A Fuzzy-Based Optimal Control Algorithm for Continuous Casting Process. *Materiali in tehnologije*. 2012. (v tisku).
- [A17] MAUDER, T.; ŠANDERA, Č.; ŠTĚTINA, J.; MASARIK, M. A Fuzzy Logic Approach for Optimal Control of Continuous Casting Process. In *METAL 2012 Conference proceedings*. Ostrava, Czech Republic, TANGER, spol. s r. o. 2012. p. 35 - 40. ISBN 978-80-87294-29-1.
- [A18] MAUDER, T.; ŠTĚTINA, J. Optimization Algorithm and Numerical Simulation for Continuous Casting Process. In *Technical Computing Prague 2011*. Praha. 2011. p. 83 - 91. ISBN 978-80-7080-794-1.
- [A19] SEKANINA, B.; KAVIČKA, F.; ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T. Průběh Měrných Tepelných Toků ve Stěně Trubkového Krystalizátoru. In Sborník mezinárodní konference XXIX. setkání kateder mechaniky tekutin a termomechaniky. Ostrava, VŠB-TU Ostrava. 2010. p. 251 - 254. ISBN 978-80-248-2244-0.
- [A20] SEKANINA, B.; KAVIČKA, F.; ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T. Výpočet Tepelných Toků na Stěně Poloprovozního Krystalizátoru. In Sborník referátov XVII. medzinárodná vedecká konferencia Aplikácia experimentálnych a numerických metód v mechanike tekutín a energetike. Žilina, Žilinská univerzita v Žilině. 2010. p. 259 - 264. ISBN 978-80-554-0189-8.
- [A21] STRÁNSKÝ, K.; KAVIČKA, F.; SEKANINA, B.; DOBROVSKÁ, J.; ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T. Oscillation Marks and Hooks on the Surface of Concast Slabs and their Relation to Breakout. *Key Engineering Materials*. 2011. 465(1). p. 467 - 470. ISSN 1013-9826.

- [A22] ŠANDERA, Č.; MAUDER, T. Optimization Algorithm for Continuous Casting Process. In Mendel 2011, Mendel Journal series. Brno, BUT. 2011. p. 252 - 258. ISBN 978-80-214-4302-0, ISSN 1803-3814.
- [A23] ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F.; MAUDER, T. The Influence of Chemical Composition of Steels on the Numerical Simulation of a Continuesly Cast of Billet. Transaction of the VŠB-Technical university of Ostrava, Mechanical series. 2011. 2010(3). p. 145 - 150. ISSN 1210-0471.
- [A24] ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F.; MAUDER, T. Transfer Phenomena Beneath the Water Cooling Jets of a Billet Caster. In *ISTP-20 Proceedings*. Victoria, BC, Canada, University of Victoria IESVic. 2009. p. 122 - 129. ISBN 978-1-55058-404-2.
- [A25] ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F.; SEKANINA, B.; MAUDER, T.; DOBROVSKÁ, J. Optimization of Technology and Control of a Slab Caster I. Off-line Numerical Model of Temperature Field of a Slab and a Parametric Studies. *Hutnické listy.* 2010. LXIII(1). p. 43 -51. ISSN 0018-8069.
- [A26] ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T.; KAVIČKA, F.; SEKANINA, B. Heat Transfer Coefficients Beneath the Water Cooling Nozzles of a Billet Caster. In Sborník přednášek Teorie a praxe výroby a zpracování oceli. AMOS. Ostrava, Tanger s.r.o. 2009. p. 51 - 57. ISBN 978-80-87294-01-7.
- [A27] ŠTĚTINA, J.; MAUDER, T.; KAVIČKA, F.; SEKANINA, B. Two Numerical Models of a Slab Caster. Prace Instytutu Metalurgii Zelaza. 2009. 61(5). p. 131 - 136. ISSN 0137-9941.
- [A28] ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F.; MAUDER, T.; KLIMEŠ, L. Transient Simulation Temperature Field for Continuous Casting Steel Billet and Slab. In *METEC InSteelCon 2011*. Dusseldorf, Germany, TEMA Technologie Marketing AG. 2011. p. 13 - 22.
- [A29] ŠTĚTINA, J.; KAVIČKA, F.; MAUDER, T.; KLIMEŠ, L.; MASARIK, M.; ŠAŇA, Z. Optimization of Secondary Cooling in Order to Achieve Higher Surface Temperatures at the Slab Unbending Point. In Sborník příspěvků mezinárodní konference metalurgie a materiálů METAL 2012. Ostrava, Tanger Ltd., Ostrava. 2012. p. 36 - 41. ISBN 978-80-87294-29-1.
- [A30] ŠTĚTINA, J.; KLIMEŠ, L.; MAUDER, T.; KAVIČKA, F. Final-Structure Prediction of Continuously Cast Billets. *Materiali in tehnologije*. 2012. 46(2). p. 155 - 160. ISSNĨ580-2949.

#### Přílohy

Přílohy jsou členěny do třech částí.

V příloze A jsou vykresleny termo-fyzikální vlastnosti vybraných značek ocelí podle chemického složení z tabulky 4.2. Základem těchto grafů jsou hodnoty vypočtené programem IDS. Grafickou interpretaci umožnil software mISDtk, což je sada nástrojů pro MATLAB, která je určena pro zpracování výstupních souborů solidifikačního software IDS. Tento toolkit je tvořen dvěma třídami pro MATLAB<sup>®</sup>, které jsou určeny pro použití v kombinaci s objektově orientovaným přístupem. Tyto třídy umožňují uživatelům načítat výstupní soubory programu IDS a data v nich obsažená zpracovávat, využít a vizualizovat obsažená data výstupních souborů IDS ve vlastních programech a aplikacích. Hlavními možnostmi balíku mIDStk jsou načítání dat, grafická vizualizace jednotlivých termofyzikálních veličin a parametrů, interpolace z uložených dat, tvorba grafů fázových zlomků a načítání teplot fázových a strukturálních změn. Program je volně k dispozici na http://www.energetickeforum.cz/fsi-vut-v-brne/vysledky-vyzkumu.

V příloze B jsou vykresleny teplotní pole předlitků vybraných značek ocelí podle chemického složení z tabulky 4.2. Základem těchto grafů jsou hodnoty teplot v místech výpočtových uzlů numerického modelu. Grafické zpracování bylo provedeno grafickým toolboxem programu MATLAB<sup>®</sup>. Na prezentovaných značkách oceli je provedena verifikace numerického modelu s provozními archivovanými daty firmy EVRAZ VÍTKOVICE STEEL, a.s. Pro zobrazení teplotního pole je použito třech typů grafů. V prvním je znázorněno teplotní pole na povrchu předlitku pro celou 3-D geometrii ZPO. Pro lepší názornost je však použit obrázek, kde je tento graf rozvinutý (např. obrázek 5.8). Zde můžeme lépe vidět teplotní gradienty a nerovnoměrné rozložení účinku chlazení na povrchu předlitku. V dalším typu grafu jsou znázorněny izolikvidy a izosolidy v podélném osovém řezu předlitku (např. obrázek 5.9). Z tohoto grafu pak lze snadno odečíst metalurgickou délku. Posledním typem grafu je zobrazení průběhů teplot v šesti bodech příčného průřezu předlitku (např. obrázek 5.10). Je zde znázorněna teplota likvidu a solidu, oblast krystalizátoru a krabicový diagram pro pyrometr 1 a 2. Rovněž je zde znázorněn růst tloušťky licí kůry jak na straně malého, tak na straně velkého rádiusu (černá, resp. modrozelená křivka). V přiložených tabulkách je uvedena třída oceli, pro kterou byla provedena simulace spolu s průměrnými licími parametry vyhodnocenými statistickým zpracováním více než 1000 uskutečněných taveb. Tyto parametry slouží jako vstupní informace numerického modelu. Výpočetní síť numerického modelu byla zvolena pro všechny výpočtové varianty  $41 \times 31 \times 1208$ .

V příloze C je předložena metoda inverzního výpočtu k získání okrajových podmínek pro numerický model v oblasti sekundární chladící zóny. Je zde rovněž popsáno technické provedení experimentu v Laboratoři přenosu tepla a proudění VUT FSI v Brně.

# PŘÍLOHA A

### Průbehy termo-fyzikálních vlastností

V této příloze jsou vykresleny závislosti tepelné vodivosti, měrné tepelné kapacity, hustoty a objemové entalpie jsou pro oceli z tabulky 4.2.



Obrázek A.1: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.2: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.3: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.4: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.5: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.6: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.7: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.8: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.9: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.10: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli



Obrázek A.11: Průběhy termo-fyzikálních vlastností oceli

## PŘÍLOHA B

### Verifikace numerického modelu

V této příloze jsou vykresleny grafy teplotních polí a verifikace numerického modelu pro oceli z tabulky 4.2.

	100	Juna D.	1. 100		araniect	<i>" 9 P ' 0</i>	mouc	i vepioi		10100			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
11378	0,794	1549	MR - $659044,4W/m^2$ P - $622590,6W/m^2$										
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	V	7R - 75	66810,8	3  W/m	2		L - 71	5486,4	$W/m^2$		
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	70,7	48,1	93,7	72,4	$78,\!3$	$38,\!9$	$78,\!4$	40,3	51,2	29,4	$38,\!8$	49,0	78,5
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.1: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.1: Teplotní pole na povrchu předlitku (11378)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11378)

	Tar	Juna D.	<b>2. V</b> 500	property p	urumee	ng pro	mouci	i icpioi		1010			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	v tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	lizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
11503	0,775	1538	N	MR - 701019,6W/m <sup>2</sup> P - 612867,5 W/m <sup>2</sup>									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I I	$VR - 787253,9W/m^2$					L - 701	100,2	$W/m^2$		
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	65,8	45,2	89,0	$89,0 \mid 71,4 \mid 77,2 \mid 29,0 \mid 69,9 \mid$					$55,\!9$	29,4	44,9	$29,\!5$	$69,\! 6$
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.2: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.2: Teplotní pole na povrchu předlitku (11503)



Teplotní pole na povrchu předlitku v rozvinutém stavu (11503)







Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11503)

	Tac	Juna D.	0. 100	upre p	urumee	ng pro	mouci	i icpioi		1010			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	v tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
11523	0,787	1537	N	$\frac{MR - 677878,6W/m^2}{MR - 626264,8W/m^2} = \frac{P - 626264,8W/m^2}{P - 626264,8W/m^2}$									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I	$VR - 769920, 2W/m^2$						9679,1	$W/m^2$		
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	66,7	$45,\!6$	89,9	89,9 72,2 77,9 29,0 71,1 39,3						29,4	45,9	29,4	$71,\!1$
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	$l/\min$	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.3: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.3: Teplotní pole na povrchu předlitku (11523)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (11523)

	Tac	una D.	<b>1. 7</b> 500		ununici	ng pro	mouci	i icpioi		1010			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	lizátor	em - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
21425	0,792	1548	N	$\frac{MR - 664007,1 W/m^2}{WR - 6629126,7 W/m^2}$									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	V	$\frac{1}{1000} \frac{1}{1000} \frac{1}{1000$						5263, 3	$W/m^2$		
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	70,6	48,1	93,6 72,7 78,2 39,0 78,7 39,4 51,2 2						29,4	38,7	$49,\!4$	78,7	
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	$l/\min$	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.4: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.4: Teplotní pole na povrchu předlitku (21425)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (21425)

	100	Juna D.	0. 100	u p m p	aramet	ng pro	mouci	i icpioi		1010			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
21728	0,788	1538	N	$MR - 716212,3W/m^2 P - 666664,5 W/m^2$									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I	/R - 8	16000,4	4 W/m	2		L - 73(	)846,2	$W/m^2$	2	
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	66,9	45,7	90,0	90,0 72,1 77,9 29,0 71,1 39,3 50						29,4	45,8	$29,\!5$	70,9
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.5: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.5: Teplotní pole na povrchu předlitku (21728)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (21728)

	Tar	Juika D.	0. 130	a p n v p	ununici	ng pro	mouci	i icpioi		oic			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	r tepelı	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	lizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
31081	0,799	1542	N	MR - 740546,3W/m <sup>2</sup> P - 618978,8								2	
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I	/R - 8	33737,	3W/m	2		L - 694	1626,1	$W/m^2$	2	
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	67,6	46,0	90,4	90,4   $73,2$   $78,2$   $29,0$   $71,8$					57,2	$29,\!4$	46,3	29,4	$71,\!5$
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.6: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.6: Teplotní pole na povrchu předlitku (31081)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (31081)

	100	Juna D.	1. 100		aramet	ng pro	mouci	i icpioi		000			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	lizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
31088	0,773	1538	N	MR - 659964,1W/m <sup>2</sup> P - 623567,6 V								2	
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I	/R - 70	60628,	1W/m	2		L - 702	2694,9	$W/m^2$	2	
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	$65,\!6$	45,1	88,9	88,9   71,0   77,2   28,9   69,7   3						$29,\!4$	44,7	$29,\!5$	69,4
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.7: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.7: Teplotní pole na povrchu předlitku (31088)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (31088)

	Tac	una D.	0. 100		aramet	ng pro	mouce	i icpioi		000			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	tepel	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	lizátor	rem - š	iroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
31461	0,770	1543	N	$\frac{MR - 709793,0W/m^2}{MR - 639491,9W/m^2} = \frac{P - 639491,9W/m^2}{P - 639491,9W/m^2}$									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I I	/R - 82	22527,	8 W/m	2		L - 721	764,3	$W/m^2$	1	
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	$65,\!4$	49,9	88,8	88,8 70,8 77,1 29,0 69,6 39,3						29,4	44,7	$29,\!5$	69,4
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.8: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.8: Teplotní pole na povrchu předlitku (31461)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (31461)

	100	Juna D.	J. 1 JU	u p m p	aramet	ng pro	mouci	i icpioi		1010			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	tepel	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	iroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
31742	0,771	1539	N	$MR - 700722, 4W/m^2 \qquad P - 632566, 9 W/m^2$									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I	/R - 7	85895,	8W/m	2		L - 689	9381,3	$W/m^2$	2	
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	65,5	45,0	88,9	70,8	77,2	$29,\!0$	69,7	$39,\!3$	$55,\!8$	29,4	44,8	29,5	69,5
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.9: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.9: Teplotní pole na povrchu předlitku (31742)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (31742)

	Tab	una D.	10. 100		anunic	ing pro	mout	le lepio	0100100	poic			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	v tepel	ný tok			Měrný	tepel:	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
32963	0,770	1517	N	MR - 811225,8 W/m <sup>2</sup> P - 687281,6 W									
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	V	7R - 95	54688,8	3  W/m		L - 729	9181,7	$W/m^2$	2		
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	65,4	45,0	88,9	88,9 70,8 77,3 28,9 69,8					$55,\!8$	29,4	44,9	$29,\!5$	69,7
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.10: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.10: Teplotní pole na povrchu předlitku (32963)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (32963)

	100	una D.			anunic	org pro	mouc			pore			
Třída oceli	Licí	Licí		Měrný	tepel	ný tok			Měrný	r tepel	ný tok		
	rychlost	teplota	krysta	alizátor	rem - š	siroká s	strana	kryst	alizáto	rem -	úzká s	trana	
33902	0,792	1541	$MR - 715248, 4W/m^2 P - 615024, 3W/m^2$										
	m/min	$^{\circ}\mathrm{C}$	I	/R - 8	7W/m		L - 714	1116,1	$W/m^2$	1			
Průtok vody	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
sekundární	67,1	45,8	90,1	90,1 72,6 78,1 28,9 71,3 39,3						$29,\!4$	45,8	$29,\!5$	71,1
zónou	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min	l/min

Tabulka B.11: Vstupní parametry pro model teplotního pole



Obrázek B.11: Teplotní pole na povrchu předlitku (33902)



Teplotní průběhy a tloušťka licí kůry (33902)

## PŘÍLOHA C

# Měření chladicích účinků trysek pomocí inverzní metody

V Laboratoři přenosu tepla a proudění VUT FSI v Brně je topné těleso vsunuto pod ocelovou desku a deska je spuštěna do ohřívací pozice. Deska je elektro-radiačně ohřívána až na předepsanou teplotu (1250 °C). Prostor mezi topným tělesem a deskou je vyplněn argonem. Během celého procesu ohřívání je průtok argonu konstantní a brání tak degradaci kvality povrchu měřicí desky. Důvodem pro použití inertního plynu byla snaha zajistit pro všechny experimenty stejné podmínky a zabránit oxidaci topného tělesa a desky. Celý proces zahřívání a chlazení je monitorován měřícím systémem. Jakmile se předepsané teploty dosáhne, deska je zvednuta, topné těleso odsunuto a jednotka s mechanismem pohánějícím trysku je nastavena do chladicí pozice. Během experimentu je voda do trysky čerpána pomocí čerpadla ze zásobníku. Vzduch je přiváděn z tlakové nádoby kompresoru. Tlak vody a vzduchu je měřen před vstupem do trysky. Teplota vody a teplota uvnitř desky je monitorována počítačovým měřícím systémem [4], [28], [29], [63].



Obrázek C.1: Průběh experimentu [29]
Po otevření pneumatického deflektoru začne tryska chladit experimentální desku, obrázek C.1. Tryska se pohybuje zvolenou rychlostí pohybu (většinou totožnou s provozní rychlostí lití). Poté se tryska vrací se zavřeným deflektorem v opačném směru. Záznamy o průběhu teplot a informace o pozici trysky vzhledem k desce jsou ukládány v digitální formě. Pozice trysky je měřena pomocí opto-elektronické jednotky a její pozice k pozici experimentální desky je znázorněna na obrázku C.2. Tyto údaje jsou použity jako vstupní informace pro inverzní úlohu, která vyhodnocuje podmínky přenosu tepla. Pomocí inverzní úlohy jsou počítány průběhy povrchových teplot a součinitelé přestupu tepla.



Obrázek C.2: Schéma měření, pozice řezů na desce [29]

Inverzní úloha je obecný přistup k řešeni problému. Primárním výsledkem z měření jsou hodnoty součinitele přestupu tepla v místech termočlánků v závislosti na čase. Osvědčený způsob řešení inverzní úlohy je užití Beckova sekvenčního algoritmu, který je založen na posloupnosti odhadů časově proměnné okrajové podmínky. Jde o numericky výpočet citlivý na chyby ve vstupních datech, je proto stabilizován použitím dat z dopředných časových kroků. Zpracováním je tedy časová závislost převedena na závislost *htc* na poloze v jednotlivých řezech podle obrázku C.2. Inverzní úloha není jedinou možností, jak určit součinitel přestupu tepla. Je-li zkoumaný systém z hlediska energie izolovaný, lze na problém aplikovat zákon o zachování energie. V praxi je však adiabatická podmínka systému obtížně splnitelná [4]. Další možností je chlazené těleso udržovat na konstantní teplotě dodáváním tepla. Ze znalosti spotřebovaného výkonu, teploty tělesa a chladiva lze spočítat součinitel přestupu tepla. Je-li povrch tělesa dostupný, je možné použít termovizní kameru nebo dotykový termočlánek. Měření termovizní kamerou se však ukazuje jako značně nepřesné, výsledky jsou znehodnoceny zářením z okolí a neznalosti emisivity povrchu.

Do inverzní úlohy vedení tepla vstupují experimentálně zjištěná data. Jsou to teploty změřené

termočlánky zabudovanými uvnitř tělesa. Požadavek, aby se teploty změřené blížily co nejvíce teplotám vypočítaným, lze matematicky vyjádřit

minimize 
$$\left\{ \sum_{\tau=n+1}^{n+n_t} \sum_{s\equiv r,r=1}^{m_T} \left( T_r^{*,\tau} - T_s^{\tau} \right)^2 \right\},$$
 (C.1)

kde  $T_r^{*,\tau}$  představuje teplotu v časovém kroku  $\tau$  změřenou v určitém místě tělesa r-tým termočlánkem a  $T_s^{\tau}$  představuje teplotu v časovém kroku  $\tau$  vypočítanou v místě s, které se shoduje s pozicí termočlánku r. Symbol  $m_T$  je počet termočlánků, n je označení aktuálního časového kroku a  $n_t$  počet dopředných časových kroků. Pokud položíme výraz (C.1) roven 0

$$\sum_{\tau=n+1}^{n+n_t} \sum_{s\equiv r,r=1}^{m_T} \left( T_r^{*,\tau} - T_s^{\tau} \right)^2 = 0,$$
(C.2)

lze teplotu $T^{\tau}_{s}$ rozvinout do Taylorovy řady a získat tak tepelný tok $q^{n}$ v časovém krokun

$$q^{n} = q^{n+1} + \frac{\sum_{\tau=n+1}^{n+n_{t}} \sum_{s\equiv r,r=1}^{m_{T}} \left(T_{r}^{*,\tau} - T_{s}^{\tau}\right) \zeta_{r}^{\tau}}{\sum_{\tau=n+1}^{n+n_{t}} \sum_{r=1}^{m_{T}} \left(\zeta_{r}^{\tau}\right)^{2}},$$
(C.3)

kde  $\zeta_r^{\tau} = \frac{\partial T_r^{\tau}}{\partial q^{\tau}}$ .  $\zeta_r^{\tau}$  je koeficient, který udává citlivost *r*-tého termočlánku na změnu toku v čase  $\tau$ . Teplotní pole vstupující do vzorce (C.3) jako  $T_s^{\tau}$ , je v každém časovém kroku *n* určeno z předchozího vypočteného tepelného toku  $q^n - 1$  numerickým řešením rovnice vedení tepla [10], v niž je  $q^n - 1$  okrajovou podmínkou. Výsledkem (C.3) je měrný tepelný tok v následujícím časovém kroku *n* vypočtena z  $q^n$ 

$$htc^{n} = \frac{q^{n}}{T_{\infty} - \frac{T_{surf}^{n} + T_{surf}^{n+1}}{2}},$$
 (C.4)

kde $T^n_{surf}$  představuje teplotu povrchu vypočtenou v časovém kroku  $n \ [4].$ 

K měření teplot je možné zvolit jakýkoli bod v tělese. Z experimentů vyplývá, že informace o povrchových teplotních změnách se s rostoucí vzdáleností od povrchu ztrácí. Důvodem je menší teplotní gradient v hloubce tělesa než na povrchu. Malý teplotní rozdíl je pak srovnatelný s šumem v měřených teplotách, nebo jej termočlánek nezaznamená, a inverzní úloha nezkonverguje k žádnému výsledku.